www.jawhara-soft.com

السنة التاسعة أساسي (رياضيات) — كرّاس الإصلاح

الصفحة عدد 1

تمرين 1

1) 2955 - 2655 - 2355 - 2055 - 2250 - 2550 - 2850

2) أ) $a = 16^{19} - 16^{18} = 16^{18} \times (16 - 1) = 16^{18} \times 15$ اذن a يقبل القسمة على 15.

ب) $a = 16^{18} \times 15 = 16^{17} \times 16 \times 5 \times 3 = 16^{17} \times 8 \times 5 \times 2 \times 3 = 40 \times 16^{17} \times 6$ اذن a يقبل القسمة على 6.

تمرين 2

العدد	يقبل القسمة على 6	يقبل القسمة على 12	يقبل القسمة على 15
133332	X	X	
6666618	X		
555			X
111120	X	X	X

تمرين 3

1) بما أنّ $a+b+3+2 = 4+3+2 = 9$ فإنّ E يقبل القسمة على 3.

ونعلم أنّ E يقبل القسمة على 2 اذن E يقبل القسمة على 6.

2) نعلم أن E يقبل القسمة على 4 وكذلك على 6.

$2^2 = 4$ و $2 \times 3 = 6$ اذن: ق م أ (6,4) هو 2 ومنه 4 و 6 غير أوليان في ما بينهما اذن E لا يقبل القسمة على 6x4 أي 24 . وبما أنّ: $8 \times 3 = 24$ فإنّ E يقبل القسمة على 24. اذا كان يقبل القسمة على 3 و 8 لأنّهما أوليّان فيما بينهما.

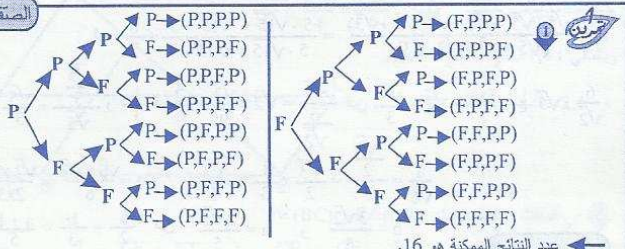
تمرين 4

$2 \times 11 = 22$ اذن ق م أ (13 و22) هو 1 ومنه 13 و22 أوليان فيما بينهما اذن 13 قاسم لـ a

بالتّالي: $a = 13 \times 6 = 78$

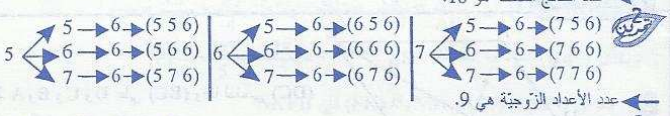
الصفحة عدد 2

تمرين 1



عدد النتائج الممكنة هو 16.

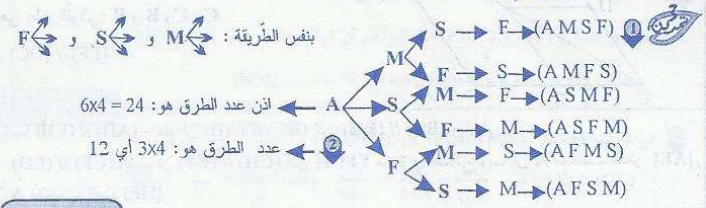
تمرين 2



عدد الأعداد الزّوجيّة هي 9.

تمرين 3

1) بنفس الطّريقة : M و S ، S و F



2) عدد الطرق هو: 3x4 أي 12

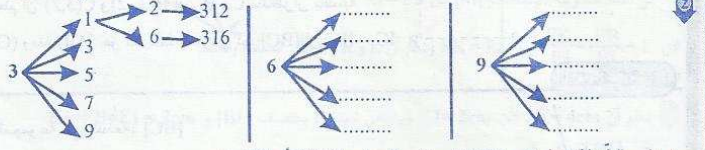
اذن عدد الطرق هو: 6x4 = 24

الصفحة عدد 3

تمرين 1

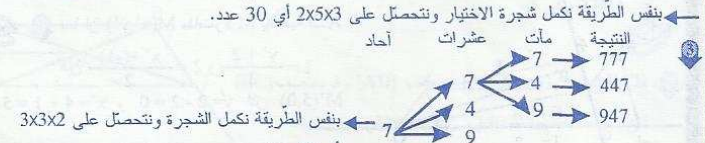
نعلم أنّ: $3 \times 8 = 24$ و 3 و 8 أوليّان فيما بينهما. اذن اذا كان N يقبل القسمة على 3 و 8 فهو يقبل القسمة على 24.

تمرين 2



بنفس الطّريقة نكمل شجرة الاختيار ونتحصّل على 2x5x3 أي 30 عدد.

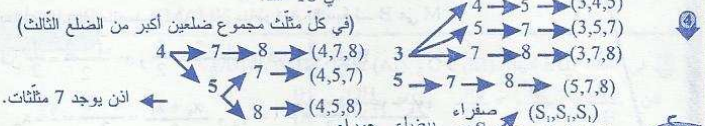
تمرين 3



بنفس الطّريقة نكمل الشجرة ونتحصّل على 3x3x2 أي 18 عدد.

تمرين 4

(في كلّ مثلّث مجموع ضلعين أكبر من الضلع الثّالث)



اذن يوجد 7 مثلّثات.

تمرين 5

بنفس الطّريقة نكمل الشجرة ونتحصّل على 2x2x2

اذن عدد الطرق 8.

الصفحة عدد 4

تمرين 1

1) $\frac{13}{6} = \frac{13}{2 \times 3}$ اذن $\frac{13}{6}$ هو عدد غير عشري لأنّ 3 من القواسم الأوليّة لـ6.

$\frac{13}{20} = \frac{13}{2^2 \times 5}$ اذن $\frac{13}{20}$ هو عدد عشري لأنّ القواسم الأوليّة لـ20 هي 2 و5.

2) $\frac{13}{6} = 2,1666...$ و $\frac{13}{20} = 0,65$ الاحظ أن العدد الكسري العشري له كتابة عشريّة منتهية والغيرعشري غير منتهية.

3) $\frac{13}{6} = 2,1\underline{6}$ الدور هو6 و $\frac{13}{20} = 0,65\underline{0}$ الدور هو0

4) $\frac{1}{30} = 0,0\underline{3}$ الدور هو3

5) $2,1\underline{9} = 2,1\underline{6} + 0,0\underline{3} = \frac{13}{6} + \frac{1}{30} = \frac{65}{30} + \frac{1}{30} = \frac{66}{30} = 2,2$

تمرين 2

1) a= 2,488714285 2) الرّقم هو 7. 3) الرّقم هو 4.

4) $236 - 1 = 237$ اذن $6 \times 29 + 2 = 236$ اذن الرّقم هو5.

5) $a + 0,003 = 2,4857142 + 0,003 = 2,4860142$

تمرين 3

* ☒ $7,5 < 7,\underline{5}$ ، ☐ $7,50 > 7,\underline{5}$ ، ☐ $7,50 > 7,\underline{5}$

* ☐ $\frac{1}{3} + \frac{2}{3} = 0,\underline{8}$ ، ☒ $0,\underline{9} = 1$ ، ☐ $0,\underline{9} < 0,\underline{99}$

* ☐ $Q \subset D$ ، ☐ $Q = D$ ، ☒ $D \subset Q$

* ☐ $7,\underline{354} \in D$ ، ☐ 7,354 دوره 354 ، ☒ 7,354 دوره 54

الصفحة عدد 5

تمرين 1

* كلّ عدد كسريّ له كتابة عشريّة دوريّة. صواب * كلّ كتابة عشريّة دوريّة تمثّل عددا كسريّا. صواب

* كلّ كتابة عشريّة غير دوريّة وغير منتهية تمثّل عددا كسريّا. خطأ * الأعداد الصّمّاء هي غير كسريّة. صواب

* يوجد عدد كسريّ وأصمّ في نفس الوقت. خطأ

تمرين 2

1) b = 13,0100200030000400000500000006 .....

2) أ - $A \cap Z = \{0 ; 2\}$; $A \cap D = \{0 ; 2 ; \frac{13}{5}\}$; $A \cap Q = \{0 ; 2 ; -\frac{5}{6} ; \frac{13}{5} ; \frac{5}{3}\}$

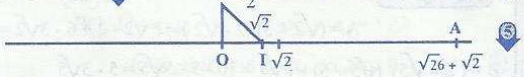
ب - الأعداد الصّمّاء هي: $\sqrt{5}$; π ; b

تمرين 3

1) مساحة ABCD: $6 \times 6 = 36$ 2) مساحة IBJ $\frac{1 \times 5}{2} = \frac{5}{2}$

3) مساحة IJKl $36 - 4 \times \frac{5}{2} = 36 - 10 = 26$ 4) $IJ^2 = 26$ اذن $IJ = \sqrt{26}$

5)



الصفحة عدد 6

تمرين 1

$A = \frac{\sqrt{3}}{3} + 1 = \frac{\sqrt{3}}{3} + \frac{3}{3} = \frac{\sqrt{3} + 3}{3}$

$B = \sqrt{5} - 2 - \sqrt{5} + \frac{3}{2} = \sqrt{5} + (-\sqrt{5}) - \frac{4}{2} + \frac{3}{2} = \frac{-1}{2}$

$C = (\frac{5}{3} + \pi) + 2 + (-\pi - 1) = \frac{5}{3} + 2 - 1 + \pi + (-\pi) = \frac{5}{3} + 1 = \frac{8}{3}$

$*x = \sqrt{2} - 1 - \sqrt{2} + 3 = 2$ | $*x = \pi - 1 - 3 = \pi - 4$ | $*x = \sqrt{5} - 5$ | $*x = -\sqrt{2}$

$H = \frac{7}{4} + a + (-1) + \sqrt{2} = a + \frac{7}{4} - \frac{4}{4} + \sqrt{2} = a + \frac{3}{4} + \sqrt{2}$

ب- ☒ $\frac{7}{4}$ ، ☐ $\frac{-1}{4}$ ، ☐ 1

تمرين 2

$X = \frac{5}{3} - (-1 + \frac{2}{3}) + (2 - \sqrt{2}) = \frac{5}{3} + 1 - \frac{2}{3} + 2 - \sqrt{2} = 4 - \sqrt{2}$

$Y = \sqrt{5} - 3 - \sqrt{5} - \frac{1}{2} + \sqrt{3} - \sqrt{3} = \frac{-7}{2}$

$Z = \pi + 3 - 2\pi - \frac{1}{2} + \pi = 2\pi - 2\pi + \frac{6}{2} - \frac{1}{2} = \frac{5}{2}$

$A = a - 1 - b - \sqrt{3} - 2 = \sqrt{3} - \sqrt{3} - 3 = -3$

$B = 5 + b - \frac{3}{2} - \frac{1}{2} - a = 5 - \frac{4}{2} + b - a = 5 - 2 + (-\sqrt{3}) = 3 - \sqrt{3}$

$C = a - b + \sqrt{3} - 2\sqrt{3} = \sqrt{3} + \sqrt{3} - 2\sqrt{3} = 0$

$D = 3 - [\frac{2}{3} - a + \sqrt{3}] - b + \frac{1}{3} = 3 - \frac{2}{3} + a - \sqrt{3} - b + \frac{1}{3} = \frac{9}{3} - \frac{1}{3} - \sqrt{3} + a - b$

$= \frac{8}{3} - \sqrt{3} + \sqrt{3} = \frac{8}{3}$

www.jawhara-soft.com

الصفحة عدد 7

تمرين 1

$A = 3 - \frac{2}{5} + \sqrt{5} - 1 + \frac{5}{2} = 2 - \frac{25}{10} + \frac{4}{10} + \sqrt{5} = \frac{20}{10} - \frac{21}{10} + \sqrt{5} = \sqrt{5} - \frac{1}{10}$

$B = \pi - \frac{9}{10} - [\pi - 1 + \sqrt{5}] = \pi - \frac{9}{10} + 1 - \sqrt{5} - \pi = -\frac{9}{10} + \frac{10}{10} - \sqrt{5} = \frac{1}{10} - \sqrt{5}$

2) $A + B = \sqrt{5} - \frac{1}{10} + \frac{1}{10} - \sqrt{5} = 0$ اذن A و B متقابلان.

تمرين 2

$H = \frac{1}{5} - x + \frac{2}{3} - 2 + y = \frac{3}{15} + \frac{10}{15} - \frac{30}{15} - x + y = -\frac{17}{15} - x + y$

$-\frac{17}{15} - x + y = \frac{-2}{15}$ يعني $-x + y = \frac{-2}{15} + \frac{17}{15} = 1$ اذن $x - y = -1$

3) $x - 1 = -1$ يعني $x = -1 + 1$ اذن $x = 0$

تمرين 3

1) ☐ $a + b = 1$; ☒ $a + b = 0$; ☐ $a - b = 0$

2) ☒ 12 ; ☐ 6 ; ☐ 0

3) ☐ 25 ; ☒ 5 ; ☐ 7

4) ☐ $\sqrt{5} + 3 + \sqrt{2}$; ☒ $\sqrt{2} + 3 - \sqrt{5}$; ☐ $\sqrt{2} - 3 - \sqrt{5}$

تمرين 4

$3 + \sqrt{2}$ يساوي $\sqrt{5}$ خطأ

$\sqrt{1 + \frac{5}{4}}$ يساوي $\frac{3}{2}$ صواب

$\sqrt{a} + \sqrt{b}$ يساوي $\sqrt{a + b}$ خطأ

$\sqrt{\frac{12}{27}}$ يساوي $\frac{2}{3}$ صواب

الصفحة عدد 8

تمرين 1

$A = \sqrt{3} \times 2\sqrt{3} = \sqrt{3} \times \sqrt{3} \times 2 = 3 \times 2 = 6$

$B = (\sqrt{5} \times \frac{1}{5}) \times (\sqrt{5} \times \sqrt{2}) = \sqrt{5} \times \sqrt{5} \times \frac{1}{5} \times \sqrt{2} = 5 \times \frac{1}{5} \times \sqrt{2} = \sqrt{2}$

$C = \sqrt{2} \times 2\sqrt{2} \times 3\sqrt{2} = \sqrt{2} \times \sqrt{2} \times 2 \times 3 \times \sqrt{2} = 2 \times 6 \times \sqrt{2} = 12\sqrt{2}$

$D = \sqrt{3} + \sqrt{3} + \sqrt{3} + \sqrt{3} = \sqrt{3}(1+1+1+1) = \sqrt{3} \times 4 = 4\sqrt{3}$

$E = 3\sqrt{2} + 2\sqrt{2} = \sqrt{2} \times (3 + 2) = \sqrt{2} \times 5 = 5\sqrt{2}$

$F = \sqrt{5} - \frac{3}{5}\sqrt{5} = \sqrt{5} \times (1 - \frac{3}{5}) = \sqrt{5} \times (\frac{5}{5} - \frac{3}{5}) = \sqrt{5} \times \frac{2}{5} = \frac{2}{5}\sqrt{5}$

2) أ - $a \times b = (\sqrt{5} + 2)(\sqrt{5} - 2) = 5 - 2\sqrt{5} + 2\sqrt{5} - 4 = 5 - 4 = 1$

بما أنّ $a \times b = 1$ فإنّ a هو مقلوب b

ب - $a \times b = (3 - 2\sqrt{2})(3 + 2\sqrt{2}) = 9 - 6\sqrt{2} + 6\sqrt{2} - 2\sqrt{2} \times 2\sqrt{2} = 9 - 4 \times 2 = 9 - 8 = 1$

اذن a هو مقلوب b

ج - $a \times b = (4\sqrt{3} + 7)(7 - 4\sqrt{3}) = 4\sqrt{3} \times 7 - 4\sqrt{3} \times 4\sqrt{3} + 49 - 7 \times 4\sqrt{3}$

$= 28\sqrt{3} - 16 \times 3 + 49 - 28\sqrt{3} = -48 + 49 = 1$

اذن a هو مقلوب b

3) $H = \sqrt{2}(3 - 2\sqrt{2}) - (3 + 2\sqrt{2})$

$= 3\sqrt{2} - 4 - 3 - 2\sqrt{2} = \sqrt{2} - 7$

$K = 2\sqrt{3}(7 - 4\sqrt{3}) - 14\sqrt{3} + 24$

$= 14\sqrt{3} - 8 \times 3 - 14\sqrt{3} + 24 = -24 + 24 = 0$

الصفحة عدد 9

تمرين 1

$A = (\sqrt{2} + 3)(2 - \sqrt{2}) = 2\sqrt{2} - 2 + 6 - 3\sqrt{2} = 4 - \sqrt{2}$

$B = (2 - \sqrt{5})(\sqrt{5} + 5) = 2\sqrt{5} + 10 - 5 - 5\sqrt{5} = 5 - 3\sqrt{5}$

$C = (\sqrt{3} - 3)(2 - \sqrt{3}) = 2\sqrt{3} - 3 - 6 + 3\sqrt{3} = 5\sqrt{3} - 9$

$D = (2\sqrt{3} - 5)(\sqrt{3} - 2) = 6 - 4\sqrt{3} - 5\sqrt{3} + 10 = 16 - 9\sqrt{3}$

$E = \sqrt{5} \times (\sqrt{5} - 1) - 3(\sqrt{5} - 2) = 5 - \sqrt{5} - 3\sqrt{5} + 6 = 11 - 4\sqrt{5}$

$F = (\sqrt{7} - 3)(2\sqrt{7} + 1) - (\sqrt{7} + 2)(\sqrt{7} - 3) = 14 + \sqrt{7} - 6\sqrt{7} - 3 - (7 - 3\sqrt{7} + 2\sqrt{7} - 6)$

$= 11 - 5\sqrt{7} - 7 + 3\sqrt{7} - 2\sqrt{7} + 6 = 10 - 4\sqrt{7}$

تمرين 2

$G = \sqrt{2} \times (3 + 1 + \frac{3}{2}) = \frac{11}{2}\sqrt{2}$ $H = (\sqrt{3} - 1)(\sqrt{5} + 1)$

$K = (\sqrt{7} - 2)(\sqrt{6} + 3) - (\sqrt{7} - 2)2\sqrt{6} = (\sqrt{7} - 2)(\sqrt{6} + 3 - 2\sqrt{6}) = (\sqrt{7} - 2)(3 - \sqrt{6})$

$L = (\sqrt{5} - 2)(\sqrt{5} + 2) + (\sqrt{5} - 2)(2\sqrt{5} + 1) = (\sqrt{5} - 2)(\sqrt{5} + 2 + 2\sqrt{5} + 1)$

$= (\sqrt{5} - 2)(3\sqrt{5} + 3) = 3(\sqrt{5} + 1)(\sqrt{5} - 2)$

$M = (3\sqrt{3} - 5)(\sqrt{2} - 3) - (2\sqrt{2} - 6)(\sqrt{3} + 3) = (3\sqrt{3} - 5)(\sqrt{2} - 3) - 2(\sqrt{2} - 3)(\sqrt{3} + 3)$

$= (\sqrt{2} - 3) \times [3\sqrt{3} - 5 - 2(\sqrt{3} + 3)] = (\sqrt{2} - 3)(3\sqrt{3} - 5 - 2\sqrt{3} - 6) = (\sqrt{2} - 3)(\sqrt{3} - 11)$

$N = \sqrt{3}(\sqrt{5} - 2) - \sqrt{3} \times \sqrt{3} = \sqrt{3}(\sqrt{5} - 2 - \sqrt{3})$

3) $(x - \sqrt{2})(x + 1) = 0$ يعني $x + 1 = 0$ أو $x - \sqrt{2} = 0$ يعني $x = -1$ أو $x = \sqrt{2}$

$x = 0$; $4 - x = 0$ يعني $x = 4$

الصفحة عدد 10

تمرين 1

$|-\sqrt{2}| = \sqrt{2}$; $|0| = 0$; $|-\pi| = \pi$

$|-\sqrt{2} - 1| = -(-\sqrt{2} - 1) = \sqrt{2} + 1$; $|\pi + 3| = \pi + 3$

$|\pi - 3| = \pi - 3$; $|2 - \pi| = -(2 - \pi) = -2 + \pi$

$|(\sqrt{2} - 1)(-\sqrt{2} - 3)| = |\sqrt{2} - 1||-\sqrt{2} - 3| = (\sqrt{2} - 1)(\sqrt{2} + 3) = 2 + 3\sqrt{2} - \sqrt{2} - 3 = 2\sqrt{2} - 1$

2) $|a \times b| = |a| \times |b| = (2\sqrt{5} + 1)(\sqrt{5} - 2) = 10 - 4\sqrt{5} + \sqrt{5} - 2 = 8 - 3\sqrt{5}$

3) أ - $|x - \sqrt{2}| = \sqrt{2}$ يعني $x - \sqrt{2} = \sqrt{2}$ أو $x - \sqrt{2} = -\sqrt{2}$

يعني $x = \sqrt{2} + \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$ أو $x = -\sqrt{2} + \sqrt{2} = 0$

ب - $\sqrt{(x-1)^2} = 3$ يعني $|x - 1| = 3$ يعني $x - 1 = 3$ أو $x - 1 = -3$ يعني $x = 4$ أو $x = -2$

ج - $(x - \sqrt{2})^2 = 25$ يعني $\sqrt{(x - \sqrt{2})^2} = 5$ يعني $|x - \sqrt{2}| = 5$ يعني $x - \sqrt{2} = 5$ أو $x - \sqrt{2} = -5$

يعني $x = 5 + \sqrt{2}$ يعني $x = -5 + \sqrt{2}$

تمرين 1

$a = \sqrt{4x3} + \sqrt{9x3} = \sqrt{4x3} + \sqrt{9x\sqrt{3}} = 2\sqrt{3} + 3\sqrt{3} = 5\sqrt{3}$

$b = 2\sqrt{9x\sqrt{5}} - \sqrt{4} \times \sqrt{5} = 6\sqrt{5} - 2\sqrt{5} = 4\sqrt{5}$

$c = 2\sqrt{9x\sqrt{2}} - 3x\sqrt{25x\sqrt{2}} + \sqrt{49x\sqrt{2}} = 6\sqrt{2} - 15\sqrt{2} + 7\sqrt{2} = -2\sqrt{2}$

$d = \frac{\sqrt{63}}{\sqrt{28}} = \frac{\sqrt{9} \times \sqrt{7}}{\sqrt{4} \times \sqrt{7}} = \frac{3}{2}$; $e = \frac{\sqrt{5x\sqrt{5x\sqrt{2}}}}{\sqrt{5}} = \sqrt{10}$; $f = \frac{2\sqrt{3x\sqrt{2}}}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{2}$; $g = \frac{3 + \sqrt{2}}{2(3 + \sqrt{2})} = \frac{1}{2}$

الصفحة عدد 11

$h = \frac{\sqrt{5} + \sqrt{5x\sqrt{5}}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5} \times (1 + \sqrt{5})}{\sqrt{5}} = (1 + \sqrt{5})$; $i = \frac{\sqrt{5}}{3} \times \frac{3\sqrt{5}}{2} = \frac{5}{2}$

$j = 3\sqrt{7} \times \frac{4}{2\sqrt{4x\sqrt{7}}} = \frac{3x4}{4} = 3$

$k = \frac{(\sqrt{5} + 1)}{\sqrt{3}} \times \frac{(\sqrt{5} - 1)}{\sqrt{6}} = \frac{5 - \sqrt{5} + \sqrt{5} - 1}{\sqrt{3} \times \sqrt{3x\sqrt{2}}} = \frac{4}{3\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$; $l = \frac{5\sqrt{3}}{3} + \frac{2\sqrt{3}}{3} = 7\sqrt{3}$

$m = \frac{3(\sqrt{2} - 3) - 2(\sqrt{2} + 3)}{(\sqrt{2} + 3)(\sqrt{2} - 3)} = \frac{3\sqrt{2} - 9 - 2\sqrt{2} - 6}{2 - 3\sqrt{2} + 3\sqrt{2} - 9} = \frac{\sqrt{2} - 15}{-7} = \frac{15 - \sqrt{2}}{7}$

$n = \frac{\sqrt{5}(\sqrt{5} - \sqrt{3}) + \sqrt{3}(\sqrt{5} + \sqrt{3})}{(\sqrt{5} + \sqrt{3})(\sqrt{5} - \sqrt{3})} = \frac{5 - \sqrt{15} + \sqrt{15} + 3}{5 - \sqrt{15} + \sqrt{15} - 3} = \frac{8}{2} = 4$

تمرين 1

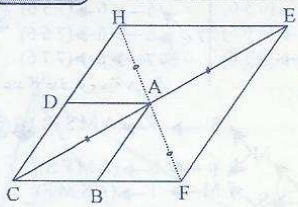
$\frac{6}{\sqrt{2}}$ و $\sqrt{5}$ متناسبان مع $\sqrt{2}$ و $\frac{\sqrt{5}}{3}$ اذن $\frac{\frac{\sqrt{2}}{6}}{\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}} = \sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ و $\frac{\frac{\sqrt{5}}{3}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{3} \times \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{1}{3}$

$\frac{a}{\sqrt{6}} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{\sqrt{3}}{6}$ $a = \frac{\sqrt{6} \times \sqrt{3}}{6} = \frac{\sqrt{2} \times 3}{2 \times 3} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$b = \frac{3\sqrt{2}}{5}$ و $a = \frac{2\sqrt{2}}{5}$ اذن $\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{a + b}{5} = \frac{\sqrt{2}}{5}$

الصفحة عدد 12

تمرين 1



مساقط A و B و C و D على (BC) وفقا لمنحى (DC) هي على التّوالي: B و B و C و C

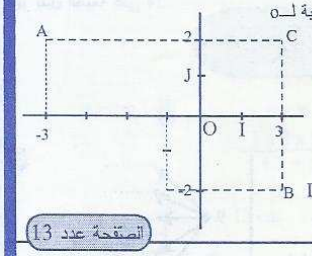
(EF) // (DC)

3) لدينا (EH) // (AD) ونعلم انّ (AD) // (BC) اذن (EH) // (BC) وبالتّالي (EH) // (CF) ونعلم أنّ (EF) // (CH) اذن EFCH متوازي أضلاع وبما أنّ A منتصف القطر [AE].

فإنّ A منتصف القطر [HF]

4) نعلم أنّ (EF) // (DC) وبما أنّ (AB) // (DC) فإنّ (EF) // (AB) و (CF) يقطع (EF) في F اذن مجموعة النّقط الّتي مسقطها F على (BC) وفقا لمنحى (AB) هي المستقيم (EF)

تمرين 2



1) بما أنّ A(-3,2) و B(3,-2) فإن A و B متناظرتان بالنّسبة لـ o

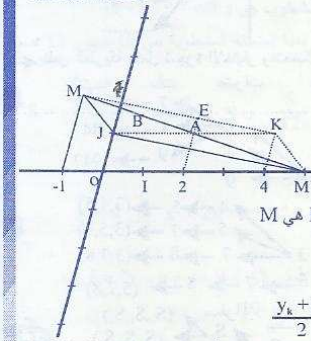
اذن O منتصف [AB]

2) بما أنّ A(-3,2) فإنّ مناظرتها بالنّسبة لـ (OJ) لها نفس التّرتيبة والفاصلة متقابلة اذن: C(3,2)

3) نعلم أنّ C(3,2) و B(3,-2) اذن B و C متناظران بالنّسبة لـ (OI) ومنه (OI) هو الموسّط العمودي لـ [BC] اذن: IC = IB

الصفحة عدد 13

تمرين 1



4) المجموعة هي القطعة: [BC]

1) بما أنّ M(x',y') مناضرة M بالنّسبة لـ A

فإنّ $2 = \frac{x' + (-1)}{2}$ و $1 = \frac{y' + 2}{2}$

اذن $x' = 4 + 1 = 5$ و $y' = 2 - 2 = 0$ اذن M'(5,0)

2) بما أنّ B(a,b) منتصف [AM] فإنّ مناظرة A بالنسبة لـ B هي M

اذن $a = \frac{-1 + 2}{2} = \frac{1}{2}$ و $b = \frac{1 + 2}{2} = \frac{3}{2}$ $B(\frac{1}{2}; \frac{3}{2})$

3) $\frac{x_k + x_j}{2} = \frac{4 + 0}{2} = 2 = x_A$ و $\frac{y_k + y_j}{2} = \frac{1 + 1}{2} = 1 = y_A$

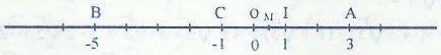
اذن A منتصف [JK] ونعلم أنّ A منتصف [MM'] اذن JMKM' متوازي أضلاع ومنه (MJ) // (M'K)

www.jawhara-soft.com

④ نعلم أنّ A(2,1) و K(4,1) اذن $y_A = y_K$ ومنه (AK) // (OI)

⑤ بما أنّ (AE) // (OJ) فإنّ: $x_E = x_A = 2$

تمرين



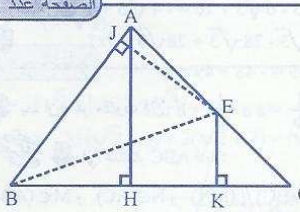
① $x_C = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{3+(-5)}{2} = \frac{-2}{2} = -1$ ② $AB = |x_A - x_B| = |3-(-5)| = |3+5| = 8$

③ $|3 - x_M| = 2,5$ اذن $3 - x_M = 2,5$ أو $3 - x_M = -2,5$

اذن $x_M = 0,5$ أو $x_M = 5,5$ وبما أنّ : M∈[OI] فإنّ $x_M = 0,5$

الصفحة عدد 14

تمرين



① $S = \frac{AH \times BC}{2} = \frac{4 \times 7}{2} = 14cm^2$

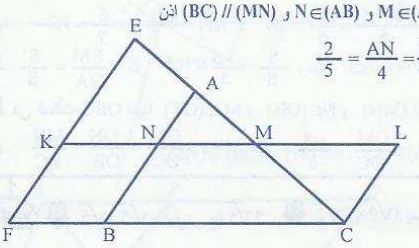
② $S' = \frac{EJ \times AB}{2} = \frac{3 \times 5}{2} = 7,5cm^2$

③ $\frac{AE}{AC} = \frac{S'}{S} = \frac{7,5}{14} = \frac{\frac{15}{2}}{14} = \frac{15}{2} \times \frac{1}{14} = \frac{15}{28}$

④ لحسب مساحة المثلّث EBC: $S' - S = 14 - 7,5 = 6,5\ cm^2$

اذن: $\frac{EK \times BC}{2} = 6,5$ ومنه: $EK = \frac{13}{7}$

تمرين



① في المثلّث ABC لدينا: M∈(AC) و N∈(AB) و (MN) // (BC) اذن

$\frac{AM}{AC} = \frac{AN}{AB} = \frac{MN}{BC}$ ومنه $\frac{2}{5} = \frac{AN}{4} = \frac{MN}{6}$

وبالتّالي : $AN = \frac{4 \times 2}{5} = \frac{8}{5} = 1,6$

و $MN = \frac{6 \times 2}{5} = \frac{12}{5} = 2,4$

② في المثلّث ABC لدينا: E∈(AC) و F∈(BC)

و (AB) // (EF) اذن $\frac{CE}{CA} = \frac{CF}{CB} = \frac{EF}{AB}$ ومنه: $\frac{7}{5} = \frac{CF}{6} = \frac{EF}{4}$

وبالتّالي: $CF = \frac{6 \times 7}{5} = \frac{42}{5} = 8,4$ و $EF = \frac{4 \times 7}{5} = \frac{28}{5} = 5,6$

③ بما أنّ (KN) // (BF) و (NB) // (FK) فإنّ NKFB

متوازي أضلاع ومنه NK= FB= 2,4 ونعلم أنّ MN =2,4 اذن MN = NK

وبما أنّ N و M و K على استقامة واحدة فإنّ N منتصف [KM]

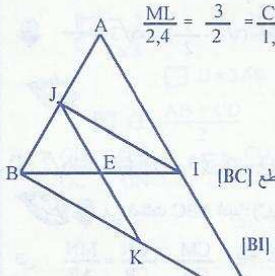
الصفحة عدد 15

④ في المثلّث ANM لدينا: C∈ (AM) و L∈ (MN)

و (AN) // (CL) اذن $\frac{ML}{MN} = \frac{MC}{MA} = \frac{LC}{NA}$ ومنه: $\frac{ML}{2,4} = \frac{3}{2} = \frac{CL}{1,6}$

وبالتّالي: $ML = \frac{2,4 \times 3}{2} = 3,6$ و $LC = \frac{1,6 \times 3}{2} = 2,4$

تمرين



① في المثلّث ABC لدينا I منتصف [AC]

و J منتصف [AB] اذن (BC) // (IJ) و $IJ = \frac{BC}{2}$

② في المثلّث ABC لدينا J منتصف [AB] و (JK) // (AC) اذن (JK) يقطع [BC]

في المنتصف ومنه K منتصف [BC] اذن $JK = \frac{AC}{2} = \frac{8}{2} = 4$

③ في المثلّث ABI لدينا J منتصف [AB] و (JK) // (AI) اذن (JK) يقطع [BI]

في المنتصف ومنه E منتصف [BI] اذن EI = EB

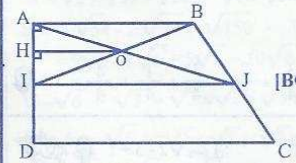
اذن $\frac{EK}{EJ} = \frac{EB}{EI} = 1$ ومنه EK = EJ ونعلم أنّ E و K و J على استقامة واحدة.

اذن E منتصف [JK]

④ نعلم أنّ JK= 4cm اذن EJ= 2cm وبالتّالي لدينا E منتصف [BI] و EJ=EB=EI = 2cm

اذن BIJ قائم في J.

تمرين



① ABCD شبه منحرف حيث I منتصف [AD] و J منتصف[BC]

اذن: $IJ = \frac{AB+DC}{2} = 5$ و (IJ) //(AB) //(DC)

الصفحة عدد 16

② في المثلّث IAB لدينا: O∈(IB) و H∈(AI) و (AB) // (OH)

اذن $\frac{IO}{IB} = \frac{IH}{IA} = \frac{OH}{AB}$ ومنه $\frac{IH}{IA} = \frac{OH}{4}$

ب – في المثلّث AIJ لدينا: O∈(IB) و H ∈ (AI) و (IJ) // (OH)

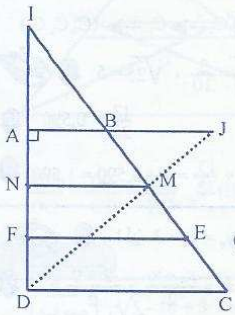
اذن $\frac{AO}{AJ} = \frac{AH}{AI} = \frac{OH}{IJ}$ ومنه $\frac{AH}{IA} = \frac{OH}{5}$

ج – $\frac{OH}{4} + \frac{OH}{5} = \frac{AH}{AI} + \frac{IH}{AI} = \frac{IH+AH}{IA} = \frac{AI}{AI} = 1$ اذن

$\frac{9 \times OH}{20} = 1$ اذن $\frac{5 \times OH + 4 \times OH}{20} = 1$

ومنه $9 \times OH = 20$ وبالتّالي $OH = \frac{20}{9}$

تمرين



① مساقط النّقاط B و M و C على (AD) وفقا لمنحى (AB) هي على التّوالي: A و N و D

اذن $\frac{AN}{AD} = \frac{BM}{BC}$ ومنه $\frac{2}{5} = \frac{AN}{4}$ اذن $AN = \frac{8}{5} = 1,6$

② نعلم أنّ E منتصف [MC] وبما أنّ مساقط M و E و C على (AD)

هي على التوالي N و F و D فإنّ F منتصف [ND]

③ في المثلّث IDC لدينا A∈(ID) و B∈(IC) و (AB) // (DC)

اذن $\frac{IA}{ID} = \frac{IB}{IC} = \frac{AB}{DC}$ ومنه $\frac{IA}{IA+4} = \frac{2}{5}$ اذن $5 \times IA = 2 \times (IA+4)$ ومنه $5 \times IA = 2 \times IA + 8$

وبالتّالي $5IA - 2IA = 8$ اذن $3IA = 8$ وبالتّالي $IA = \frac{8}{3}$

④ لحسب BJ: لدينا في المثلّث MDC لدينا J∈(DM) و B∈(MC) و (BJ) // (DC)

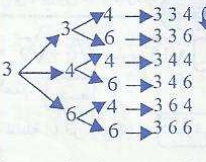
اذن $\frac{BJ}{DC} = \frac{MJ}{MD} = \frac{MB}{MC}$ اذن $\frac{BJ}{5} = \frac{2}{3}$ ومنه: $BJ = \frac{2 \times 5}{3} = \frac{10}{3}$

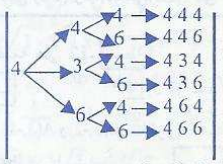
وبالتّالي $AJ = 2 + \frac{10}{3} = \frac{6}{3} + \frac{10}{3} = \frac{16}{3}$

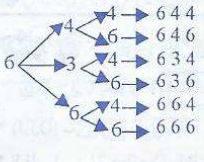
الصفحة عدد 17

تمرين

1 - ب) 2 - ب) 3 - أ)

① 





اذن يوجد 18 عدد زوجيّ يتكوّن من الرقام 3 و4 و 6.

② $\frac{55}{333} = 0,\overline{165}$

③ $647 = 3 \times 215 + 2$ اذن الرّتبة 647 بعد الفاصل هي نفسها الرّتبة الثّانية و بالتّالي الرّقم هو6.

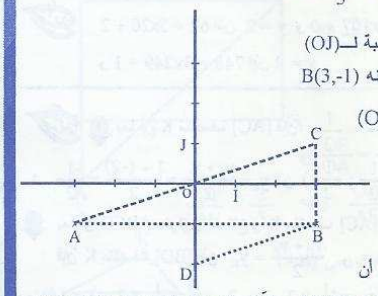
④ $a = 1 - 0,\overline{165} = 1 - \frac{55}{333} = \frac{333}{333} - \frac{55}{333} = \frac{278}{333} = 0,834$

$b = \frac{388}{333} = \frac{333+55}{333} = 1 + \frac{55}{333} = 1 + 0,\overline{165} = 2,\overline{165}$

الصفحة عدد 18

④ $K = \frac{2}{3} + \frac{278}{333} = \frac{222}{333} + \frac{278}{333} = \frac{500}{333} = 1,\overline{501}$

تمرين



① نعلم أنّ A(-3,-1) و B مناضرة A بالنّسبة لـ(OJ)

اذن $x_B = -x_A = 3$ و $y_B = y_A = -1$ ومنه B(3,-1)

② بما أنّ A و B متناظراتان بالنّسبة لـ(OJ) فإنّ (OJ)

هو الموسّط العمودي لـ[AB] اذن (AB)⊥(OJ)

ونعلم أنّ (OI)⊥(OJ) ومنه (AB) // (OI)

③ بما أنّ B(3,-1) و C مناضرة B بالنّسبة لـ(OI)

فإنّ $x_C = x_B = 3$ و $y_C = -y_B = 1$ اذن C(3,1) ونعلم أن

A(-3,-1) و C متناظران بالنّسبة لـO ومنه O منتصف[AC] وبالتّالي A و O و C على استقامة واحدة.

④ نعلم أنّ (OI) هو الموسّط العمودي لـ [BC] اذن (OI) ⊥(BC) وبما أنّ (OI) ⊥(OJ)

فإنّ (OJ) // (BC) و D تنتمي لـ(OJ) اذن (OD) // (BC) وبما أنّ (BD) // (OC)

فإنّ OCBD متوازي أضلاع.

⑤ نعلم أنّ (OJ) هو الموسّط العمودي لـ [AB] و D نقطة من (OJ) اذن DA = DB وبما أن OCBD

متوازي أضلاع فإن DB = OC ونعلم أنّ O منتصف [AC] اذن OA = OC وبالتّالي AD =OA

ومنه AOD مثلّث متقايس الضّلعين قمّته الرئيسيّة A.

الصفحة عدد 19

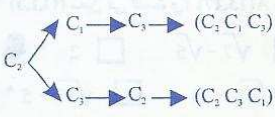
تمرين

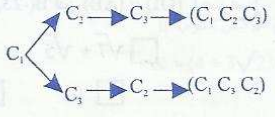
① $3^{17} + 3^{15}$ قابل للقسمة على 10

② a يساوي 70.

③ B (7,13)

④ $\frac{1}{30} = 0,\overline{033}$

① 



www.jawhara-soft.com

الصفحة عدد 20

تمرين 1: بما أنّ $y_B = y_A = 3$ فإنّ $(OI) // (AB)$

$x_H = \frac{x_A + x_I}{2} = \frac{-2+0}{2} = -1$ و $y_H = \frac{3+1}{2} = \frac{4}{2} = 2$ اذن $H(-1,2)$

بما أنّ ABJC متوازي أضلاع و H منتصف [AJ] فإنّ H منتصف [BC] ومنه: $x_H = \frac{x_C + x_B}{2}$ و $y_H = \frac{y_C + y_B}{2}$

اذن $x_C = (-1)\times 2 - 3 = -5$ و $y_C = 2\times 2 - 3 = 1$ اذن $C(-5,1)$

مجموعة النّقط هي قطعة المستقيم [AB]

$x_J = \frac{x_H + x_I}{2} = \frac{-1+1}{2} = 0$ و $y_J = \frac{y_H + y_I}{2} = \frac{2+0}{2} = 1$ اذن J منتصف [HI]

مساقط النّقاط A و C و B على (BJ) وفقا لمنحى (AB) هي على التّوالي B و J و B.

الصفحة عدد 21

تمرين 1: • 15344 قابل للقسمة على 12. خطأ • $\sqrt{9} + \sqrt{6}$ يساوي $\sqrt{15}$ خطأ

• $0,6 + 0,3$ يساوي 1. صواب • 3,14 هو عدد أصمّ. خطأ

• (O,I,J) معين في المستوي حيث: A(3,-4) و B(5,-2) متناظران بالنّسبة لنقطة C اذن C (4,-3) صواب

• 8 قاسم لـ $b \times 21$ حيث $b \in \mathbb{N}$ إذن b مضاعف لـ 8. صواب

تمرين 2: وبنفس الطريقة بالنّسبة لـ 2 و 3 اذن عدد الامكانيّات هي: $9\times 3 = 27$

$N = 2511$ و $N = 2571$

تمرين 3: $E \cap Z = \{-3, -\sqrt{16}\}$

$E \cap N = \phi$

$E \cap Q = \{\sqrt{\frac{4}{9}}, -3, -\sqrt{16}, \frac{1}{7}\}$ $E \cap \mathbb{R} = E$

تمرين 4: $2 + 20\times 3 = 62$ اذن $y = 2$ و $0 + 107\times 3 = 321$ اذن $z = 0$

و $1 + 249\times 3 = 748$ اذن $x = 9$

الصفحة عدد 22

تمرين 1: بما أنّ K منتصف [AC] فإنّ: $x_K = \frac{x_A + x_C}{2} = \frac{2+(-1)}{2} = \frac{1}{2}$

و $y_K = \frac{y_A + y_C}{2} = \frac{1+(-2)}{2} = \frac{-1}{2}$ اذن $K(\frac{1}{2}; \frac{-1}{2})$

بما أن ABCD متوازي أضلاع و K منتصف [AC]

فإنّ K منتصف [BD] اذن $y_K = \frac{y_D + y_B}{2}$ و $x_K = \frac{x_D + x_B}{2}$

ومنه $x_D = \frac{-1}{2}\times 2 + 3 = 4$ و $y_D = \frac{-1}{2}\times 2 - 2 = -3$ اذن $D(4,-3)$

بما أنّ A(2,1) و E(2,-2) فإنّ $x_A = x_E = 2$ اذن $(OJ) // (AE)$

وبما أنّ C(-1,-2) و F(-1,1) فإنّ $x_C = x_F = -1$ اذن $(CF) // (OJ)$ وبالتّالي $(AE) // (CF)$

نعلم أنّ A(2,1) و E(-1,1) اذن $y_A = y_E = 1$ ومنه $(AF) // (OI)$

ونعلم أنّ $(OI) \perp (OJ)$ اذن $(AF) \perp (OJ)$ وبما أنّ $(AE) // (OJ)$ فإنّ $(AE) \perp (AF)$ ومنه $E\hat{A}F = 90°$

$x_K = \frac{x_E + x_F}{2} = \frac{-1+2}{2} = \frac{1}{2}$ و $y_K = \frac{y_E + y_F}{2} = \frac{1+(-2)}{2} = \frac{-1}{2}$ اذن K منتصف [EF]

ونعلم أنّ K منتصف [AC] اذن AECF متوازي أضلاع وبما أنّ: $E\hat{A}F = 90°$ فإنّ AECF مستطيل.

المجموعة هي قطعة مستقيم [AF]

الصفحة عدد 23

تمرين 1: • $\sqrt{5-3}$ يساوي $\sqrt{5} - \sqrt{3}$ خطأ • $\sqrt{5} - 3$ هو مقابل $3 + \sqrt{5}$. خطأ

• (O,I,J) معيّن في المستوي: A(13,17) و B(-23,17) اذن (AB) // (OI) صواب

تمرين 2: • ☐ 2 ☒ $\sqrt{7} - \sqrt{5}$ ☐ $\sqrt{7} + \sqrt{5}$

• ☐ $\sqrt{13} - 5$ ☐ $\sqrt{13} - 13$ ☐ 0

• ☐ K(-2,1) ☒ K(1,-1) ☐ $K(\frac{-3}{2}, \frac{3}{2})$

تمرين 3: $A = \sqrt{5} - [-(\sqrt{3}+2) + (-\sqrt{5}+3)] - (-\sqrt{3}+2)$

$= \sqrt{5} - [-\sqrt{3} - 2 - \sqrt{5} + 3] + \sqrt{3} - 2 = \sqrt{5} - \sqrt{3} + 2 + \sqrt{5} - 3 + \sqrt{3} - 2$

$= \sqrt{5} + \sqrt{5} - 3 = 2\sqrt{5} - 3$

$B = -(-4+\sqrt{5}) - (1+\sqrt{5}) = 4 - \sqrt{5} - 1 - \sqrt{5} = 3 - 2\sqrt{5} = -2\sqrt{5} + 3$

$A + B = 2\sqrt{5} - 3 + (-2\sqrt{5}) + 3 = 0$ اذن A و B متقابلان

تمرين 4: $a = 3\sqrt{2}\times\sqrt{2}\times\frac{1}{2} = 3\times 2\times\frac{1}{2} = 3$ $b = 2\sqrt{5}$ $c = 3 - \sqrt{3}$

الصفحة عدد 24

تمرين 1: $a = 2\sqrt{3} - 3 - 6\sqrt{3} + 10 = -4\sqrt{3} + 7$

$b = 8 + \sqrt{3} - 1 + 3\sqrt{3} = 7 + 4\sqrt{3}$

$axb = (-4\sqrt{3}+7)(4\sqrt{3}+7) = -4\sqrt{3}\times 4\sqrt{3} - 28\sqrt{3} + 28\sqrt{3} + 7\times 7$

$= -16\times 3 + 49 = -48 + 49 = 1$ اذن a هو مقلوب b

بما أنّ a هو مقلوب b فإنّ: $b = \frac{1}{a}$ و $a = \frac{1}{b}$ اذن $H = b + a = 4\sqrt{3} + 7 + (-4\sqrt{3}) + 7 = 14$

تمرين 2: في المثلّث ABC لدينا:

$M \in (AB)$ و $N \in (AC)$ و $(BC) // (MN)$

اذن $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$ ومنه $\frac{1,5}{5} = \frac{AN}{4} = \frac{MN}{6}$

اذن: $AN = \frac{4\times 1,5}{5} = \frac{6}{5} = 1,2$ و $MN = \frac{6\times 1,5}{5} = \frac{9}{5} = 1,8$

$\frac{BM}{BA} = \frac{S'}{S}$ اذن $\frac{S'}{S} = \frac{3,5}{5} = 0,7$ ومنه $S' = 0,7\times S$

في المثلّث OBC لدينا $M \in (OC)$ و $N \in (OB)$ و $(BC) // (MN)$

اذن $\frac{OM}{OC} = \frac{ON}{OB} = \frac{MN}{BC}$ ومنه $\frac{OM}{OC} = \frac{1,8}{6} = 0,3$

الصفحة عدد 25

تمرين 1: $\sqrt{5} + \sqrt{5}$ يساوي: ج) $2\sqrt{5}$ ب) $3\sqrt{2}\times 2\sqrt{2} = 12$ ج) $\frac{AJ}{AC} = \frac{IJ}{BC}$

ب) $(OI) // (AB)$

تمرين 2: $a = 3\sqrt{5} - 3 - 2\sqrt{5} + 5 = \sqrt{5} + 2$

$b = 3 - \sqrt{5} + 3\sqrt{5} - 5 - \sqrt{5} = -2 + \sqrt{5} = \sqrt{5} - 2$

$axb = (\sqrt{5}-2)(\sqrt{5}+2) = 5 + 2\sqrt{5} - 2\sqrt{5} - 4 = 1$ اذن a هو مقلوب b

$\frac{1}{\sqrt{5}+2} + \sqrt{5} - 2 = \sqrt{5} - 2 + \sqrt{5} - 2 = 2\sqrt{5} - 4$

الصفحة عدد 26

تمرين 1: $H = \sqrt{3} - [\pi - (\sqrt{2} - \frac{1}{2}) + \sqrt{2}] + \pi$

$= \sqrt{3} - [\pi - \sqrt{2} + \frac{1}{2} + \sqrt{2}] + \pi = \sqrt{3} - \pi + \sqrt{2} - \frac{1}{2} - \sqrt{2} + \pi = \sqrt{3} - \frac{1}{2}$

$-H = -(\sqrt{3} - \frac{1}{2}) = -\sqrt{3} + \frac{1}{2}$

تمرين 2: $A = (\sqrt{3}\pi - 2\sqrt{3}) = \sqrt{3}(\pi - 2)$

$B = \sqrt{5} - 5 = \sqrt{5} - \sqrt{5}\times\sqrt{5} = \sqrt{5}(1 - \sqrt{5})$

$C = 3\sqrt{2} - \pi\sqrt{2} + \pi - 3 = \sqrt{2}(3 - \pi) + (\pi - 3) = \sqrt{2}(3-\pi) - (3-\pi) = (3-\pi)(\sqrt{2}-1)$

تمرين 3: في المثلّث ABC لدينا: $M \in (AC)$ و $N \in (BC)$ و $(AB) // (MN)$

اذن $\frac{CM}{CA} = \frac{CN}{CB} = \frac{MN}{AB}$ ومنه $\frac{2}{8} = \frac{CN}{10} = \frac{MN}{6}$

اذن: $MN = \frac{6\times 2}{8} = \frac{3}{2}$ و $CN = \frac{10\times 2}{8} = \frac{5}{2}$

في المثلّث AMN لدينا $E \in (AN)$ و $C \in (AM)$

اذن $\frac{AN}{AE} = \frac{AM}{AC} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$

$\frac{AN}{AE} + \frac{CN}{CB} = \frac{3}{4} + \frac{2}{8} = \frac{3}{4} + \frac{1}{4} = \frac{4}{4} = 1$

الصفحة عدد 27

تمرين 1: $1 + 3 - \sqrt{2}$ يساوي: أ) ☐ $\sqrt{2} - 4$ ، ب) ☒ $\sqrt{2} - 2$ ، ج) ☐ -0,6

تمرين 2: $\frac{2+\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$ يساوي: أ) ☐ 2 ، ب) ☐ $\sqrt{2}$ ، ج) ☒ $1 + \sqrt{2}$

تمرين 3: $\sqrt{3}\times\frac{2}{3}\times\sqrt{3}$ يساوي: أ) ☒ 2 ، ب) ☐ $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ ، ج) ☐ 6

تمرين 4: (O,I,J) معيّن في المستوي حيث: A(15,1) و (AI) يقطع (OJ) في B اذن:

☐ (OI) و (AJ) متقاطعان ☐ $\frac{BO}{BI} = \frac{AJ}{AB}$ ☒ $\frac{BO}{BI} = \frac{1}{AI}$

www.jawhara-soft.com

$A = 3\sqrt{7} \times 2\sqrt{7} = 3x2x\sqrt{7}x\sqrt{7} = 6x7 = 42$

$B = \frac{3}{\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{3\sqrt{3}}{3} + \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{4\sqrt{3}}{3}$

$C = \frac{3}{2} - [2 - (\sqrt{6} - \frac{1}{2})] - 1 = \frac{3}{2} - [2 - \sqrt{6} + \frac{1}{2}] - 1 =$

$= \frac{3}{2} - 2 + \sqrt{6} - \frac{1}{2} - 1 = \frac{3}{2} - \frac{1}{2} - 2 - 1 + \sqrt{6} = \sqrt{6} + 1 - 2 - 1 = \sqrt{6} - 2$

$D = -\frac{3x2x\sqrt{2}}{5x3x2x2x\sqrt{2}} = \frac{-1}{10}$

تمرين 1

$E = 3 - \sqrt{3} + 3 - 2\sqrt{3} + 2\sqrt{3} - 4 = 2 - \sqrt{3}$

$F = 5 - 3\sqrt{5} - 2\sqrt{5} + 6 - (10 + 6\sqrt{5} - \sqrt{5} - 3) = 11 - 5\sqrt{5} - 7 - 5\sqrt{5} = 4 - 10\sqrt{5}$

$G = \pi(3 - \sqrt{2})$ 2

الصفحة عدد 28

$F = (\sqrt{2} - 1)(5 - \sqrt{3})$

$K = (\pi - 3)(\sqrt{2} + 3) + 2(\sqrt{2} + 3) = (\sqrt{2} + 3)(\pi - 3 + 2) = (\sqrt{2} - 3)(\pi - 1)$

تمرين 2

1) نعلم أنّ $A(2,3)$ و $B(2,-1)$ انذ $x_A = x_B$

ومنه $(OJ) // (AB)$

2) في المثلّث ABC لدينا $J \in (AC)$ و $O \in (BC)$ و $(AB) // (OJ)$

اذن حسب مبرهنة طالس $\frac{CO}{CB} = \frac{CJ}{CA} = \frac{OJ}{AB}$

ومنه $\frac{CJ}{CA} = \frac{1}{4}$

تمرين 3

1) في المثلّث ABC لدينا $M \in (AC)$ و $N \in (BA)$ و $(MN) // (BC)$

ومنه $\frac{AM}{AC} = \frac{AN}{AB} = \frac{MN}{BC}$

$\frac{2}{5} = \frac{AM}{AB} = \frac{MN}{6}$

$MN = \frac{6x2}{5} = \frac{12}{5} = 2,4$

2) في المثلّث ABD لدينا $N \in (AB)$ و $P \in (AD)$ و $(PN) // (BD)$

$\frac{AP}{8} = \frac{2}{5}$ ومنه $\frac{AN}{AB} = \frac{AP}{AD}$

اذن $AP = \frac{8x2}{5} = \frac{16}{5} = 3,2$

الصفحة عدد 29

تمرين 1

1) $\sqrt{50}$ يساوي: ☒ $5\sqrt{2}$ أ) ☐ $2\sqrt{5}$ ب) ☐ $\sqrt{5} + \sqrt{10}$ ج)

2) $\sqrt{3} + \sqrt{3}$ يساوي: ☐ $\sqrt{6}$ أ) ☐ 3 ب) ☒ $2\sqrt{3}$ ج)

3) $\frac{\sqrt{6} + \sqrt{3}}{\sqrt{3}}$ يساوي: ☐ $\sqrt{6}$ أ) ☒ $\sqrt{2} + 1$ ب) ☐ $\frac{3}{\sqrt{3}}$ ج)

4) ☒ $(AB) // (IJ)$; ☐ $(AB) \perp (IJ)$; ☐ $IJ = 2AB$

5) ☐ $EF = \frac{CD}{2}$; ☐ $EF = \frac{AB}{2}$; ☒ $EF = \frac{AB + CD}{2}$

6) ☐ $\frac{OB}{ON} = \frac{OM}{OC}$; ☒ $\frac{CO}{CM} = \frac{BO}{BN}$; ☐ $\frac{MN}{BC} = \frac{OB}{ON}$; ☐ $\frac{OB}{OC} = \frac{OM}{ON}$

تمرين 2

1) $a = 3\sqrt{3} + 3 - 6 - 2\sqrt{3} - 5\sqrt{3} + 10 = -4\sqrt{3} + 7$

2) $b = 7 + \sqrt{16}x3 = 7 + \sqrt{16x}\sqrt{3} = 7 + 4\sqrt{3}$

3) $axb = (7 + 4\sqrt{3})(-4\sqrt{3} + 7) = -28\sqrt{3} + 49 - 48 + 28\sqrt{3} = 1$ بما أنّ $axb = 1$ فإنّ a مقلوب b

4) $\frac{1}{b}x\sqrt{3} - 7\sqrt{3} = ax\sqrt{3} - 7\sqrt{3} = (-4\sqrt{3} + 7)\sqrt{3} - 7\sqrt{3} = -12 + 7\sqrt{3} - 7\sqrt{3} = -12$

الصفحة عدد 30

تمرين 1

$A = \sqrt{5}x\sqrt{35} - \sqrt{28} = \sqrt{5}x\sqrt{5}x\sqrt{7} - \sqrt{4}x\sqrt{7} = 5\sqrt{7} - 2\sqrt{7} = 3\sqrt{7}$

$B = 3\sqrt{54} - 2\sqrt{24} + \sqrt{150} = 3\sqrt{9}x\sqrt{6} - 2x\sqrt{4}x\sqrt{6} + \sqrt{25}x\sqrt{6}$

$= 9\sqrt{6} - 4\sqrt{6} + 5\sqrt{6} = 10\sqrt{6}$

$C = \sqrt{6} + \sqrt{3} = \sqrt{3}x\sqrt{2} + \sqrt{3}x1 = \sqrt{3}(\sqrt{2} + 1)$ 2

$D = 5 + \sqrt{5} = \sqrt{5}x\sqrt{5} + \sqrt{5} = \sqrt{5}(\sqrt{5} + 1)$

$E = (\sqrt{3} + 1)\sqrt{2} + 2\sqrt{3} + 2 = (\sqrt{3} + 1)\sqrt{2} + 2(\sqrt{3} + 1) = (\sqrt{3} + 1)(\sqrt{2} + 2)$

تمرين 3

1) في المثلّث ABC لدينا: $M \in (AB)$ و $N \in (AC)$ و $(MN) // (BC)$

اذن $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$ ومنه $\frac{2}{5} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{8}$

وبالتّالي: $MN = \frac{8x2}{5} = \frac{16}{5} = 3,2$

الصفحة عدد 31

تمرين 1

صواب	$\sqrt{3} - 10 + 3 = \sqrt{3} - 7$ *	صواب	$\sqrt{5} + \sqrt{5} = \sqrt{20}$ *
خطأ	$\sqrt{45} = 5\sqrt{3}$ *	صواب	$2\sqrt{3} \times 5\sqrt{3} = 30$ *
صواب	$\frac{1}{2 - \sqrt{3}} = 2 + \sqrt{3}$ *	خطأ	$-(\sqrt{3} - 1) = \sqrt{3} + 1$ *

2) أ) إذن ☒ $a = \sqrt{2} - 1$ ☐ $a = \sqrt{2} + 1$ ☐ $a = -\sqrt{2} - 1$ $a + (-\sqrt{2} + 1) = 0$

ب) $|1 - \sqrt{2}|$ يساوي ☐ $1 + \sqrt{2}$ ☒ $-1 + \sqrt{2}$ ☐ $1 - \sqrt{2}$

ج) ☐ $EF = \frac{BC}{2}$; ☒ $IJ = \frac{EF + BC}{2}$; ☐ $BC = \frac{EF + IJ}{2}$

تمرين 2

1) $a = \sqrt{6} - \sqrt{2} - (\sqrt{3} - \sqrt{2} + \sqrt{6} - 2) = \sqrt{6} - \sqrt{2} - \sqrt{3} + \sqrt{2} - \sqrt{6} + 2 = 2 - \sqrt{3}$

$b = \sqrt{9}x\sqrt{3} + 2\sqrt{2} - \sqrt{4}x\sqrt{3} - \sqrt{4}x\sqrt{2} + 2 = 3\sqrt{3} + 2\sqrt{2} - 2\sqrt{3} - 2\sqrt{2} + 2 = \sqrt{3} + 2$

2) $axb = (\sqrt{3} + 2)(2 - \sqrt{3}) = 2\sqrt{3} - 3 + 4 - 2\sqrt{3} = 1$ اذن a هو مقلوب b ومنه: $\frac{1}{b} = a$

3) $\frac{2}{a} - \frac{2}{b} = 2x\frac{1}{a} - 2x\frac{1}{b} = 2xb - 2xa = 2(\sqrt{3} + 2) - 2(2 - \sqrt{3})$

$= 2\sqrt{3} + 4 - 4 + 2\sqrt{3} = 4\sqrt{3}$

الصفحة عدد 32

تمرين 1

$\sqrt{54} = \sqrt{9}x\sqrt{6} = 3\sqrt{6}$; $\sqrt{24} = \sqrt{4}x\sqrt{6} = 2\sqrt{6}$

$\sqrt{45} = \sqrt{9}x\sqrt{5} = 3\sqrt{5}$; $\sqrt{20} = \sqrt{4}x\sqrt{5} = 2\sqrt{5}$

2) $b = \sqrt{54} - \sqrt{24} = 3\sqrt{6} - 2\sqrt{6} = \sqrt{6}$; $a = \sqrt{45} - \sqrt{20} = 3\sqrt{5} - 2\sqrt{5} = \sqrt{5}$

3) $(a + b)x(a - b) = (\sqrt{6} - \sqrt{5})(\sqrt{6} + \sqrt{5}) = 6 + \sqrt{30} - \sqrt{30} - 5 = 1$

اذن $(a + b)$ هو مقلوب $a - b$

تمرين 2

1) في المثلّث AEF لدينا O نقطة (AF) و H نقطة من (AE)

و (OH) // (EF) اذن

$\frac{2}{5} = \frac{AO}{AF} = \frac{OH}{5}$ ومنه $\frac{AH}{AE} = \frac{AO}{AF} = \frac{OH}{EF}$

اذن $OH = 5x\frac{2}{5} = 2$

2) في المثلّث OGF لدينا (AH) // (FG) اذن

$\frac{OF}{OA} = \frac{3}{2}$ اذن $\frac{OA}{OF} = \frac{2}{3}$ ومنه $\frac{OH}{OG} = \frac{OA}{OF} = \frac{AH}{FG}$

3) من 1 و 2 نستنتج أنّ $\frac{OA}{AF} \times \frac{OF}{OA} = \frac{2}{5} \times \frac{3}{2}$ ومنه $\frac{OF}{AF} = \frac{3}{5}$

تمرين 3

1) مساقط النّقاط B و C و I على (AJ) وفقا لمنحى (AB)

هي على التّوالي A و D و J اذن

$\frac{CI}{2} = \frac{2,5}{1,5}$ ومنه $\frac{CI}{CB} = \frac{DJ}{DA}$ اذن $IC = \frac{2x2,5}{1,5} = \frac{10}{3}$

2) مساقط B و K و C على (AD) وفقا لمنحى (BD) هي D و A و J

اذن $\frac{BK}{BC} = \frac{DA}{DJ}$ ونعلم أنّ $\frac{BC}{CJ} = \frac{DA}{DJ}$ اذن $\frac{BC}{CJ} = \frac{BK}{BC}$

ومنه $BCxBC = BKxCJ$ وبالتّالي $BC^2 = BKxCJ$

الصفحة عدد 33

تمرين 1

1) الرّسم ب) 2) أ) 3) ج) 4) ب)

تمرين 2

1) $a = 4 - \sqrt{25}x\sqrt{2} + 2\sqrt{16}x\sqrt{2} = 4 - 5\sqrt{2} + 2x4\sqrt{2}$

$= 4 - 5\sqrt{2} + 8\sqrt{2} = 4 + 3\sqrt{2}$

$b = 8 + (-3\sqrt{2}) + 1 - 6 + \sqrt{2} = 3 + (-2\sqrt{2}) = -2\sqrt{2} + 3$

2) $axb = (4 + 3\sqrt{2})(-2\sqrt{2} + 3) = -8\sqrt{2} + 12 + -12 + 9\sqrt{2} = \sqrt{2}$

بما أنّ $axb \neq 1$ فإنّ a ليس مقلوب b

3) $axc = \frac{(4 + 3\sqrt{2})x(-2\sqrt{2} + 3)}{\sqrt{2}}$

اذن $c = \frac{ab}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 1$ a هو مقلوب

www.jawhara-soft.com

$b=(0,02)^3\times(500)^2=(2\times10^{-2})^3\times(5\times10^2)^2=2^3\times10^{-6}\times5^2\times10^4$

$=8\times25\times10^{-2}=200\times10^{-2}=2\times10^2\times10^{-2}=2$

$c=3^{-3}+3^{-3}+3^{-3}=3\times3^{-3}=3^{-2}=\frac{1}{9}$

$d=\frac{12^{-3}\times(0,03)^3}{4^2\times10^{-4}}=\frac{(2^2\times3)^{-3}\times(3\times10^{-2})^3}{(2^2)^2\times10^{-4}}=\frac{2^{-6}\times3^{-3}\times3^3\times10^{-6}}{2^{-4}\times10^{-4}}=2^{-2}\times10^{-2}=(2\times10)^{-2}=20^{-2}=\frac{1}{400}$

* $\frac{10^3\times10^7}{10^6}=\frac{10^4}{10^6}=10^{-4}$; * $\frac{1000^2\times100^{-2}}{(0,0001)^2}=\frac{(10^3)^2\times(10^2)^{-2}}{(10^{-4})^2}=\frac{10^6\times10^{-4}}{10^{-8}}=\frac{10^2}{10^{-8}}=10^{10}$ ③

* $(2\sqrt5)^3\times5\sqrt5=2^3\times\sqrt5^3\times5\sqrt5=2^3\times5\sqrt5\times\sqrt5\times5=2^3\times5^3=10^3$

* $\frac{7^4\times10^3\times9000}{(0,003)^3\times(0,7)^4}=\frac{7^4\times10^3\times9\times10^3}{(3\times10^{-3})^3\times(7\times10^{-1})^4}=\frac{7^4\times9\times10^6}{9\times10^{-9}\times7^4\times10^{-4}}=\frac{10^6}{10^{-10}}=10^{16}$

* $0,000049+0,000051=49\times10^{-6}+51\times10^{-6}=10^{-6}\times(49+51)=10^{-6}\times100=10^{-4}$

الصفحة عدد 37

تمرين ①

ا) $H=\frac{\sqrt2}{3}\times\left(\frac{\sqrt3}{2}\right)^2=\frac{\sqrt2}{3}\times\frac{3}{4}=\frac{\sqrt2}{4}$ ب) $H=3\times(-\sqrt2)^2=3\times2=6$

ج) $H=0,01\times1000^2=10^{-2}\times(10^3)^2=10^{-2}\times10^6=10^4=10000$

تمرين ②

$\left(\sqrt3^{-5}\right)^{-2}=3^5$; $\left(\frac{\sqrt5}{2}\right)^6=\left(\frac{5}{4}\right)^3$

$\left(\frac{9}{2}\right)^5=\left(\frac{3}{\sqrt2}\right)^{10}$; $\left(\frac{27}{8}\right)^2=\left(\frac{3}{2}\right)^6$

$\left(-\frac{7}{3}\right)^5\times\left(\frac{7}{3}\right)^{-2}=\left(-\frac{7}{3}\right)^3$; $\sqrt3^5\times3^2=\sqrt3^9$

② $A=\left(\frac{-5}{2}\right)^3\times\left(\frac{-5}{2}\right)^4=\left(\frac{-5}{2}\right)^3\times\left(\frac{-5}{2}\right)^4=\left(\frac{-5}{2}\right)^7$

$B=\left(\frac{\sqrt7}{3}\right)^4\times\left(\frac{3}{\sqrt7}\right)^4=\left(\frac{\sqrt7}{3}\right)^4\times\left(\frac{\sqrt7}{3}\right)^4=\left(\frac{\sqrt7}{3}\right)^8$

$C=\sqrt2^{-5}+\sqrt2^{-5}=2\times\sqrt2^{-5}=\sqrt2^2\times\sqrt2^{-5}=\sqrt2^{-3}$

$D=\left[\left(\frac{\sqrt5}{3}\right)^3\right]^2\times2^3\times2^{-3}=\left(\frac{\sqrt5}{3}\right)^6\times2^{-6}=\left(\frac{2\sqrt5}{3}\right)^{-6}$

$E=(2^3\times\sqrt5^3)\times5^{-7}=2^{-6}\times5\times5^{-7}=2^{-6}\times5^{-6}=10^{-6}$

* $0,027=27\times10^{-3}=3^3\times10^{-3}=\frac{3^3}{10^3}=\left(\frac{3}{10}\right)^3=(0,3)^3$

تمرين ③ اذن طول حرف المكعب هو 0,3

الصفحة عدد 38

تمرين ① ا) بما أنّ $1<\frac{92}{73}$ و $1>\frac{77}{111}$ فإنّ $\frac{77}{111}<\frac{92}{73}$

ب) بما أنّ $0>\frac{-7}{4}$ و $0<\frac{2}{3}$ فإنّ $\frac{2}{3}>\frac{-7}{4}$

ج) $\frac{5}{3}-\frac{20}{12}$ و $\frac{7}{4}-\frac{21}{12}$ اذن $\frac{5}{3}<\frac{7}{4}$ د) $\frac{17}{13}>\frac{17}{15}$

هـ) بما أنّ $3,14<\pi$ فإنّ $-3,14>-\pi$

② ا) $a-b=(-2-\sqrt3)-(-3-\sqrt3)=-2-\sqrt3+3+\sqrt3=1\in R+$ اذن $a>b$

ب) $a-b=(1+\sqrt2)-(\sqrt2-3)=1+\sqrt2-\sqrt2+3=4\in R+$ اذن $a>b$

ج) $a-b=(2\sqrt2-\sqrt5)-(3\sqrt2+2\sqrt5)=2\sqrt2-\sqrt5-3\sqrt2-2\sqrt5$

$a-b=(-\sqrt2-3\sqrt5)=-(\sqrt2+3\sqrt5)\in R-$ اذن $b>a$

هـ) $a-b=\frac{\sqrt2+1}{3}-\frac{\sqrt2+2}{2}=\frac{2(\sqrt2+1)-3(\sqrt2+2)}{6}$

$=\frac{2\sqrt2+2-3\sqrt2-6}{6}=\frac{-\sqrt2-4}{6}=-\frac{\sqrt2+4}{6}\in R-$ اذن $b>a$

و) $a-b=\frac{1}{\sqrt5+2}-(\sqrt5-2)=\frac{1-(\sqrt5-2)(\sqrt5+2)}{\sqrt5+2}=\frac{1-(5-2\sqrt5+2\sqrt5-4)}{\sqrt5+2}$

$=\frac{1-1}{\sqrt5+2}=0$ اذن $a=b$

الصفحة عدد 39

تمرين ① • $\left(\pi-\frac{3}{2}\right)-\left(\pi-\frac{5}{4}\right)=\pi-\frac{3}{2}-\pi+\frac{5}{4}=-\frac{6}{4}+\frac{5}{4}=-\frac{1}{4}\in R-$

اذن $\pi-\frac{3}{2}<\pi-\frac{5}{4}$

• نعلم أنّ $\frac{5}{4}<\frac{5}{3}$ اذن $-\frac{5}{4}>-\frac{5}{3}$ ومنه $-\frac{5}{4}+5\sqrt3>-\frac{5}{3}+5\sqrt3$

• نعلم أنّ $3,15>\pi$ و $1>\frac{17}{19}$ و $1<\frac{5}{4}$ اذن $\frac{5}{4}>\frac{17}{19}$

وبالتّالي $\frac{5}{4}+3,15>\frac{17}{19}+\pi$

• نعلم أنّ $\sqrt2<\sqrt5$ و $1<\frac{3}{2}$ اذن $\sqrt2+1<\sqrt5+\frac{3}{2}$

• $\frac{5}{3}=\frac{10}{6}$ اذن $\frac{7}{6}<\frac{5}{3}$ وبما أنّ $\sqrt6<\sqrt7$ فإنّ $-\sqrt6>-\sqrt7$ ومنه $\frac{7}{6}-\sqrt7<\frac{5}{3}-\sqrt6$

• $\sqrt{20}=\sqrt4\times\sqrt5=2\sqrt5$ اذن $3\sqrt5>\sqrt{20}$ ومنه $-3\sqrt5<-\sqrt{20}$ و $1<2$

اذن $1-3\sqrt5<2-\sqrt{20}$

$\sqrt{27}=3\sqrt3$ اذن $2\sqrt3<\sqrt{27}$ و $-4<-5$ وبالتّالي $2\sqrt3-5<\sqrt{27}-4$

الصفحة عدد 34

تمرين ① $H=(3+\sqrt2)(\sqrt3-2)-2(\sqrt3-2)=(\sqrt3-2)(3+\sqrt2-2)=(\sqrt3-2)(1+\sqrt2)$ ①

② $H=(\sqrt3-2)(1+\sqrt2)=\sqrt3+\sqrt6-2-2\sqrt2$

③ $|H|=|(\sqrt3-2)\times(1+\sqrt2)|=|\sqrt3-2|\times|1+\sqrt2|$

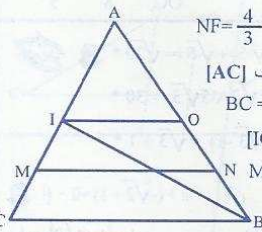
$=(2-\sqrt3)(1+\sqrt2)=2+2\sqrt2-\sqrt3-\sqrt6$

تمرين ② ① في المثلّث ABE لدينا: $M\in(AB)$ و $F\in(AE)$ و $(BE)//(MF)$

اذن $\frac{AF}{AE}=\frac{AM}{AB}=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$

② في المثلّث AEC لدينا: $F\in(AE)$ و $N\in(AC)$ و $(EC)//(FN)$

اذن $\frac{AN}{AC}=\frac{AF}{AE}=\frac{NF}{EC}$ ومنه $\frac{NF}{4}=\frac{1}{3}$ وبالتّالي $NF=\frac{4}{3}$



تمرين ③ ① في المثلّث ABC لدينا O منتصف [AB] و I منتصف [AC]

اذن $(OI)//(BC)$ و $OI=\frac{BC}{2}$ ومنه $BC=2\times OI$ اذن: $BC=2\times3=6$

② لدينا OICB شبه منحرف و N منتصف [OB] و M منتصف [IC]

اذن $MN=\frac{OI+BC}{2}$ و منه $MN=\frac{3+6}{2}=\frac{9}{2}=4,5$

الصفحة عدد 35

تمرين ① $*\sqrt2\times\sqrt2\times\sqrt2\times\sqrt2\times\sqrt2=\sqrt2^5$; $*\sqrt3^{-2}=\frac{1}{\sqrt3^2}=\frac{1}{3}$; $*\sqrt5^3=\sqrt5\times\sqrt5\times\sqrt5=5\times\sqrt5$

$*0,000027=27\times10^{-6}$; $*13\times10^{-3}=0,013$; $*2\times10^{-3}=0,002$; $*10^{-4}=0,0001$

$*0,00532=5,32\times10^{-3}$; $*22000=22\times10^3$; $*1000000=10^6$

② $*(3\sqrt2)^2=3\sqrt2\times3\sqrt2=9\times2=18$; $*\sqrt3^{-2}+\sqrt3^{-2}=\frac{1}{3}+\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$

$*\left(\frac{\sqrt3}{2}\right)^{-2}+\left(\frac{3}{\sqrt3}\right)^2=\frac{1}{\left(\frac{\sqrt3}{2}\right)^2}+\frac{3}{\sqrt3}\times\frac{3}{\sqrt3}=\frac{1}{\frac{3}{4}}+\frac{9}{3}=\frac{4}{3}+\frac{9}{3}=\frac{13}{3}$

$*(-\pi)^0+\left(\frac{\sqrt2}{3}\right)^1+\sqrt3^{-2}=1+\frac{\sqrt2}{3}+\frac{1}{3}=\frac{3}{3}+\frac{\sqrt2+1}{3}=\frac{4+\sqrt2}{3}$

$*\left(2\sqrt2\right)^{-2}\times2-3\times\left(\frac{-3}{\sqrt2}\right)^{-2}=\frac{1}{(2\sqrt2)^2}\times2-3\frac{1}{\left(\frac{-3}{\sqrt2}\right)^2}=\frac{2}{8}-3\times\frac{2}{9}=\frac{1}{4}-\frac{2}{3}=\frac{-5}{12}$

تمرين ② $*(5-\sqrt2)^0+\sqrt5^{-2}\times5=1+\frac{1}{\sqrt5^2}\times5=1+\frac{1}{5}\times5=1+1=2$

$*\sqrt2^3\times(3\sqrt2)^3=(\sqrt2\times3\sqrt2)^3=6^3$; $*\sqrt5^{-7}\times2^{-7}=(2\sqrt5)^{-7}$

$*2^{-3}\times\frac{1}{\sqrt3^3}=\sqrt2^{-3}\times\sqrt3^{-3}=(\sqrt2\times\sqrt3)^{-3}=\sqrt6^{-3}=(2\sqrt3)^{-3}$

$*\left(\frac{3}{2}\right)^{-7}\times\left(\frac{3}{\sqrt5}\right)^7=\left(\frac{2}{3}\right)^7\times\left(\frac{3}{\sqrt5}\right)^7=\left(\frac{2}{3}\times\frac{3}{\sqrt5}\right)^7=\left(\frac{2}{\sqrt5}\right)^7$

$*0,0001\times2^{-4}=10^{-4}\times2^{-4}=20^{-4}$

$*\pi^3\times2^6=\pi^3\times(2^2)^3=\pi^3\times4^3=(4\pi)^3$

$*\left(\sqrt2^{-2}\right)^3\times\left(\sqrt3^3\right)^{-2}=\sqrt2^{-6}\times\sqrt3^{-6}=\sqrt6^{-6}$

$*2^5\times25^{-4}\times5^3=2^5\times(5^2)^{-4}\times5^3=2^5\times5^{-8}\times5^3=2^{-5}\times5^{-5}=10^{-5}$

$*(2^{-2}\times3^3)^{-2}\times3^{10}=2^4\times3^{-6}\times3^{10}=2^4\times3^4=6^4$

$*\left(\frac{\sqrt2}{3}\right)^{-3}\times\left(\frac{-\sqrt2}{3}\right)^8=\left(\frac{\sqrt2}{3}\right)^3\times\left(\frac{\sqrt2}{3}\right)^8=\left(\frac{\sqrt2}{3}\right)^5$

الصفحة عدد 36

$*\left(\frac{\sqrt5}{2}\right)^6\times\left(\frac{-\sqrt5}{2}\right)^3=\left(-\frac{\sqrt5}{2}\right)^6\times\left(\frac{-\sqrt5}{2}\right)^3=\left(\frac{-\sqrt5}{2}\right)^9$

$*\pi^{-3}\times\pi^7=\pi^4$ $*\left(\frac{5}{2}\right)^3\times\left(\frac{2}{5}\right)^2=\left(\frac{5}{2}\right)^3\times\left(\frac{5}{2}\right)^{-2}=\left(\frac{5}{2}\right)^1$

$*\left(\frac{4}{3}\right)^5\times\left(\frac{2}{\sqrt3}\right)^{-3}=\left[\left(\frac{2}{\sqrt3}\right)^2\right]^5\times\left(\frac{2}{\sqrt3}\right)^{-3}=\left(\frac{2}{\sqrt3}\right)^{10}\times\left(\frac{2}{\sqrt3}\right)^{-3}=\left(\frac{2}{\sqrt3}\right)^7$

$*\left(\frac{3}{\sqrt5}\right)^{-4}\times\left(\frac{9}{5}\right)^5=\left[\left(\frac{3}{\sqrt5}\right)^2\right]^{-2}\times\left(\frac{9}{5}\right)^5=\left(\frac{9}{5}\right)^{-2}\times\left(\frac{9}{5}\right)^5=\left(\frac{9}{5}\right)^3$

$*\left(\frac{49}{9}\right)^3\times\left(\frac{3}{7}\right)^{-2}\times\sqrt7^8=\left[\left(\frac{7}{3}\right)^2\right]^{-3}\times\left(\frac{3}{7}\right)^{-2}\times\sqrt7^8=\left(\frac{7}{3}\right)^{-6}\times\left(\frac{3}{7}\right)^{-2}\times\sqrt7^8$

$=\left(\frac{3}{7}\right)^6\times\left(\frac{3}{7}\right)^{-2}\times\left(\sqrt7^2\right)^4=\left(\frac{3}{7}\right)^0\times\left(\frac{3}{7}\right)^{-2}\times\left(\sqrt7^2\right)^4$

$=\left(\frac{3}{7}\right)^4\times7^4=\left(\frac{3}{7}\times7\right)^4=3^4$

تمرين ① $*(-\sqrt3)^{17}\in R-$ $*\left(\frac{-\sqrt5}{3}\right)^{16}\in R+$ $*-\sqrt5^8\in R-$

② $a=\left(\frac{\sqrt2}{3}\right)^{-2}-\sqrt2^{-2}=\left(\frac{3}{\sqrt2}\right)^2-\frac{1}{\sqrt2^2}=\frac{9}{2}-\frac{1}{2}=\frac{8}{2}=4$

www.jawhara-soft.com

$E = 18 + 1 - 2x3\sqrt{2}x1 = (3\sqrt{2})^2 + 1^2 - 2x3\sqrt{2}x1 = (3\sqrt{2} - 1)^2$

$F = [(3 - \sqrt{5}) - (2\sqrt{5} - 1)]x[(3 - \sqrt{5}) + (2\sqrt{5} - 1)] = (4 - 3\sqrt{5}) x (2 + \sqrt{5})$

الصفحة عدد 43

تمرين 1

$*(2\sqrt{5} - 3) x (2\sqrt{5} + 3) = (2\sqrt{5})^2 - 3^2 = 4x5 - 9 = 20 - 9 = 11$

$*(3 - \sqrt{7})(3 + \sqrt{7}) = 3^2 - \sqrt{7}^2 = 9 - 7 = 2$

تمرين 2

$*\frac{\sqrt{7}}{3 - \sqrt{7}} = \frac{\sqrt{7}x(3 - \sqrt{7})}{(3 - \sqrt{7})x(3 + \sqrt{7})} = \frac{3\sqrt{7} - 7}{2}$

$*\frac{5}{2\sqrt{5} + 3} = \frac{5x(2\sqrt{5} - 3)}{(2\sqrt{5} + 3)(2\sqrt{5} - 3)} = \frac{10\sqrt{5} - 15}{11}$

$*\frac{3 - \sqrt{7}}{3 + \sqrt{7}} = \frac{(3 - \sqrt{7})^2}{(3 + \sqrt{7})(3 - \sqrt{7})} = \frac{9 - 6\sqrt{7} + 7}{2} = \frac{16 - 6\sqrt{7}}{2} = \frac{2(8 - 3\sqrt{7})}{2} = 8 - 3\sqrt{7}$

تمرين 3 أ -

$a^2 = (3\sqrt{2} - 2)^2 = (3\sqrt{2})^2 - 12\sqrt{2} + 4 = 18 - 12\sqrt{2} + 4 = 22 - 12\sqrt{2}$

$b^2 = (3\sqrt{2} + 2)^2 = (3\sqrt{2})^2 + 12\sqrt{2} + 4 = 18 + 12\sqrt{2} + 4 = 22 + 12\sqrt{2}$

$a x b = (3\sqrt{2} - 2)(3\sqrt{2} + 2) = (3\sqrt{2})^2 - 2^2 = 18 - 4 = 14$

ب -

$H = \frac{a}{b} + \frac{b}{a} = \frac{a^2 + b^2}{ab} = \frac{22 - 12\sqrt{2} + 22 + 12\sqrt{2}}{14} = \frac{44}{14} = \frac{22}{7}$

تمرين 4

$*K = \frac{x}{y} + \frac{y}{x} - 2 = \frac{x^2 + y^2}{xy} - 2 = \frac{x^2 + y^2 - 2xy}{xy} = \frac{(x - y)^2}{xy} = \frac{(2\sqrt{3})^2}{9} = \frac{4x3}{9} = \frac{4}{3}$

$*L = (\frac{1}{x})^2 - \frac{2}{xy} + (\frac{1}{y})^2 = (\frac{1}{x} - \frac{1}{y})^2 = \left(\frac{y - x}{xy}\right)^2 = \left(\frac{x - y}{xy}\right)^2 = \left(\frac{2\sqrt{3}}{9}\right)^2 = \frac{12}{81} = \frac{4}{27}$

$* P = x^2 - 18 + y^2 = x^2 - 2x9 + y^2 = x^2 - 2xy + y^2 = (x - y)^2 = (2\sqrt{3})^2 = 12$

$*Q = \frac{y}{2x} + \frac{x}{2y} - 1 = \frac{y^2}{2xy} + \frac{x^2}{2xy} - \frac{2xy}{2xy} = \frac{(x - y)^2}{2xy} = \frac{(2\sqrt{3})^2}{2x9} = \frac{4x3}{2x9} = \frac{2}{3}$

الصفحة عدد 44

تمرين 1

$A = (x - 3)^2 = x^2 - 2x3x + 3^2 = x^2 - 6x + 9$

$B = (2x - 5)^2 = (2x)^2 - 2x\,2x\,x5 + 5^2 = 4x^2 - 20x + 25$

$C = (x - 1)(x + 1) = x^2 - 1^2 = x^2 - 1$

$D = (3x - 2)(3x + 2) = (3x)^2 - 2^2 = 9x^2 - 4$

$E = (\sqrt{2}x + 3)^2 = (\sqrt{2}x)^2 + 2x\sqrt{2}x\,x3 + 3^2 = 2x^2 - 6\sqrt{2}x + 9$

$F = (x - \sqrt{5})(x + \sqrt{5}) = x^2 - \sqrt{5}^2 = x^2 - 5$

تمرين 2

$H = x - 4x + 4 = x^2 - 2x2x + 2^2 = (x - 2)^2$

$K = x^2 - 9 = x^2 - 3^2 = (x - 3)(x + 3)$

$L = 4x^2 - 25 = (2x)^2 - 5^2 = (2x - 5)(2x + 5)$

$M = 3x^2 - 1 = (\sqrt{3}x)^2 - 1^2 = (\sqrt{3}x - 1)(\sqrt{3}x + 1)$

$N = (x - 1)^2 - 4 = (x - 1)^2 - 2^2 = (x - 1 - 2)(x - 1 + 2) = (x - 3)(x + 1)$

$O = 9 - (2 - 3x)^2 = 3^2 - (2 - 3x)^2 = [3 - (2 - 3x)]x[3 + (2 - 3x)]$

$= (3 - 2 + 3x)(3 + 2 - 3x) = (1 + 3x)(5 - 3x)$

$P = (2x - 3)^2 - (x - 1)^2 = [(2x - 3) - (x - 1)][(2x - 3) + ((x - 1)]$

$= (2x - 3 - x + 1)(2x - 3 + x - 1) = (x - 2)(3x - 4)$

$Q = 4(x - 1)^2 - 9x^2 = [2(x - 1)]^2 - 3^2 x^2$

$= (2x - 2)^2 - (3x)^2 = (2x - 2 - 3x)(2x - 2 + 3x) = (-x - 2)(5x - 2)$

$S = (x + 5)(x - 2) + x^2 + 10x + 25 = (x + 5)(x - 2) + (x + 5)^2 = (x + 5)(x - 2 + x + 5)$

$= (x + 5)(2x + 3)$

$T = (x - 3)^2 + x^2 - 9 = (x - 3)^2 + x^2 - 3^2 = (x - 3)^2 + (x - 3)(x + 3)$

$= (x - 3) x (x - 3 + x + 3) = (x - 3) x 2x$

$U = 3(x - 1)^2 - [(2x)^2 - 1] = 3(2x - 1)^2 - (2x - 1)(2x + 1) = (2x - 1)[3(2x - 1) - (2x + 1)]$

$= (2x - 1) x (6x - 3 - 2x - 1) = (2x - 1)(4x - 4) = 4(2x - 1)(x - 1)$

الصفحة عدد 45

تمرين 1

$H = 4x\sqrt{2}^2 - 12\sqrt{2} + 5 = 4x2 - 12\sqrt{2} + 5 = 13 - 12\sqrt{2}$

تمرين 2

$H = (2x - 3)^2 - 4 = 4x^2 - 12x + 3^2 - 4 = 4x^2 - 12x + 5$

$H = (2x - 3)^2 - 4 = (2x - 3)^2 - 2^2 = (2x - 3 - 2)(2x - 3 + 2) = (2x - 5)(2x - 1)$

تمرين 1

$E = 2(x^2 - 6x + 9) - x^2 + 6x - 9 = 2x^2 - 12x + 18 - x^2 + 6x - 9 = x^2 - 6x + 9$

تمرين 2

$E = x^2 - 6x + 9 = x^2 - 2 x 3x + 3^2 = (x - 3)^2$

تمرين 1

$AB = \frac{x}{\sqrt{2}}$ اذن $AB x\sqrt{2} = x$

تمرين 2

$x(x + 3) = x^2 + 3x$

تمرين 3

$x^2 + 3x - \frac{\left(\frac{x}{\sqrt{2}}\right)^2}{2} = x^2 + 3x - \frac{x^2}{4} = \frac{3}{4}x^2 + 3x$

تمرين 4

$\frac{3}{4}x^2 + 3x = 3x(\frac{x}{4} + 1)$

تمرين 1

• بما أنّ $a - b = \frac{-3}{2}$ فإنّ $a < b$ و $\frac{17}{18} < \frac{15}{14}$ اذن $a + \frac{17}{18} < b + \frac{15}{14}$

• $a < b$ اذن $-a > -b$ و $1 > \frac{-3}{7}$ اذن $1 - a > \frac{-3}{7} - b$

• بما أنّ $a < b$ و $2 \in R+$ فإنّ $2a < 2b$

• $a < b$ و $-\sqrt{2} \in R-$ اذن $-a\sqrt{2} > -b\sqrt{2}$ و $3 > 2 - \sqrt{2}$ اذن $-a\sqrt{2} + 3 > 2 - \sqrt{2}\,b$

الصفحة عدد 40

تمرين 1

* نعلم أنّ $\pi < 3,15$ و $2 \in R+$ فإنّ $2\pi < 2x3,15$ و منه $2\pi < 6,3$

* نعلم أنّ $2\pi > 6,3$ و $\frac{1}{10} \in R+$ اذن $\frac{1}{10} x\, 6,3 > 2\pi x \frac{1}{10}$ ومنه $0,63 > \frac{\pi}{5}$

تمرين 2

* نعلم أنّ $2\pi > 6,3$ و $0,63 > \frac{\pi}{5}$ اذن $6,3 + 0,63 > \frac{\pi}{5} + 2\pi$ ومنه $6,93 > \frac{\pi}{5} + \frac{10\pi}{5}$

وبالتّالي $6,93 > \frac{11\pi}{5}$

* نعلم أنّ $2\pi > 6,3$ اذن $-2\pi < -6,3$ و $0,63 < \frac{\pi}{5}$ اذن $0,63 - 2\pi < \frac{\pi}{5} - 6,3$

* نعلم أنّ $2\pi > 6,3$ اذن $\frac{1}{2\pi} < \frac{1}{6,3}$ ومنه $\frac{1}{2\pi} < \frac{1}{\frac{63}{10}}$ وبالتّالي $\frac{1}{2\pi} < \frac{10}{63}$

* نعلم أنّ $2\pi > \pi$ و $-6,3 > -7,3$ اذن $2\pi - 6,3 > \pi - 7,3$

و نعلم أنّ $2\pi - 6,3 > 6,3$ اذن $(2\pi - 6,3) \in R-$ و $\pi < 7,3$ اذن $(\pi - 7,3) \in R-$

ومنه $\frac{1}{2\pi - 6,3} < \frac{1}{\pi - 7,3}$

تمرين 1

$(4\sqrt{3})^2 = 16x3 = 48$; $(5\sqrt{2})^2 = 25x2 = 50$; $(3\sqrt{2})^2 = 9x2 = 18$; $(2\sqrt{3})^2 = 4x3 = 12$

تمرين 2

بما أنّ $(2\sqrt{3})^2 = 12$ و $(3\sqrt{2})^2 = 18$ فإنّ $(3\sqrt{2})^2 > (2\sqrt{3})^2$ ومنه $3\sqrt{2} > 2\sqrt{3}$

بما أنّ $(-5\sqrt{2})^2 = 50$ و $(-4\sqrt{3})^2 = 48$ فإنّ $(-4\sqrt{3})^2 < (-5\sqrt{2})^2$ ومنه $-5\sqrt{2} < -4\sqrt{3}$

تمرين 3

نعلم أنّ $3\sqrt{2} > 2\sqrt{3}$ و $-5\sqrt{2} < -4\sqrt{3}$ اذن $2\sqrt{3} - 5\sqrt{2} < 3\sqrt{2} - 4\sqrt{3}$

تمرين 4

$H = -(2\sqrt{3} - 3\sqrt{2}) + (5\sqrt{2} - 4\sqrt{3}) = -2\sqrt{3} + 3\sqrt{2} + 5\sqrt{2} - 4\sqrt{3} = 8\sqrt{2} - 6\sqrt{3}$

تمرين 5

بما أنّ $H \in R+$ فإنّ $(8\sqrt{2} - 6\sqrt{3}) \in R+$ ومنه $8\sqrt{2} > 6\sqrt{3}$

الصفحة عدد 41

تمرين 1

$\left(\frac{3}{\sqrt{3}}\right)^2 = \frac{9}{3} = 3$ و $2^2 = 4$ اذن $\left(\frac{3}{\sqrt{3}}\right)^2 < 2^2$ ومنه $\frac{3}{\sqrt{3}} < 2$

$\left(3\sqrt{5}\right)^2 = 9x5 = 45$ و $\left(4\sqrt{2}\right)^2 = 16x2 = 32$ اذن $\left(4\sqrt{2}\right)^2 < \left(3\sqrt{5}\right)^2$ ومنه $4\sqrt{2} < 3\sqrt{5}$

تمرين 2

نعلم أنّ $\frac{3}{\sqrt{3}} < 2$ و $4\sqrt{2} < 3\sqrt{5}$ اذن $\frac{3}{\sqrt{3}} + 4\sqrt{2} < 2 + 3\sqrt{5}$

تمرين 3

نعلم أنّ $4\sqrt{2} < 3\sqrt{5}$ اذن $-4\sqrt{2} > -3\sqrt{5}$ ومنه $2 - 4\sqrt{2} < \frac{3}{\sqrt{3}} - 3\sqrt{5}$

وبالتّالي $2x(1 - 2\sqrt{2}) > 3x(\frac{1}{\sqrt{3}} - \sqrt{5})$

تمرين 1

$S = (2\sqrt{2})^2 = 4x2 = 8$ و $S' = 2\sqrt{5}x\sqrt{3} = 2\sqrt{15}$

تمرين 2

$(2\sqrt{15})^2 = 4x15 = 60$ و $8^2 = 64$ اذن $(S')^2 < (S)^2$ ومنه $S' < S$

تمرين 3

بما أنّ $2 < 3 < 4 < 5$ فإنّ $\sqrt{2} < \sqrt{3} < \sqrt{4} < \sqrt{5}$ اذن $\sqrt{2} < \sqrt{3} < 2 < \sqrt{5}$

ومنه $\sqrt{2} + \sqrt{2} < \sqrt{3} + \sqrt{2} < \sqrt{2} + 2 < \sqrt{2} + \sqrt{5}$

وبالتالي $2\sqrt{2} < \sqrt{3} + \sqrt{2} < \sqrt{2} + 2 < \sqrt{2} + \sqrt{5}$

الصفحة عدد 42

تمرين 1

$a^2 = \sqrt{3}^2 = 3$; $b^2 = 2^2 = 4$; $axb = 2\sqrt{3}$

تمرين 2

$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 = 3 + 2x2\sqrt{3} + 4 = 7 + 4\sqrt{3}$

$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 = 3 - 2x2\sqrt{3} + 4 = 7 - 4\sqrt{3}$

$(a - b)x(a + b) = a^2 - b^2 = 3 - 4 = -1$

تمرين 1

$(3 + \sqrt{3})^2 = 3^2 + 2x3\sqrt{3} + \sqrt{3}^2 = 9 + 6\sqrt{3} + 3 = 12 + 6\sqrt{3}$

$(3 + \sqrt{3}) x (3 - \sqrt{3}) = 3^2 - \sqrt{3}^2 = 9 - 3 = 6$

$(2\sqrt{3} - 1)^2 = (2\sqrt{3})^2 - 2x2\sqrt{3}x1 + 1^2 = 12 - 4\sqrt{3} + 1 = 13 - 4\sqrt{3}$

$(3 + \sqrt{3} - \sqrt{5}) x (3 + \sqrt{3} + \sqrt{5}) = (3 + \sqrt{3})^2 - \sqrt{5}^2$

$= 12 + 6\sqrt{3} - 5 = 7 + 6\sqrt{3}$

تمرين 2

$A = (\sqrt{5}^2 - 2x2\sqrt{5} + 2^2) + 2x(\sqrt{5}^2 + 2x\sqrt{5} + 1^2)$

$= 5 - 4\sqrt{5} + 4 + 2x(5 + 2\sqrt{5} + 1) = 9 - 4\sqrt{5} + 12 + 4\sqrt{5} = 21$

$B = (2\sqrt{3})^2 - 2x2\sqrt{3}x3 + 3^2 - (2^2 - \sqrt{3}^2) = 12 - 12\sqrt{3} + 9 - (4 - 3) = 20 - 12\sqrt{3}$

$C = 5 - 5 - 5\sqrt{5} - 5\sqrt{5}(5^2 - 2x5\sqrt{5} + \sqrt{5}^2) = -5\sqrt{5} - 5\sqrt{5}(25 - 10\sqrt{5} + 5) =$

$= -5\sqrt{5} - 125\sqrt{5} + 50x5 - 25\sqrt{5} = 250 - 155\sqrt{5}$

تمرين 3

$D = 4 + 3 + 2x2x\sqrt{3} = 2^2 + 2x2\sqrt{3} + \sqrt{3}^2 = (2 + \sqrt{3})^2$

www.jawhara-soft.com

الصفحة عدد 46

تمرين 1

$(6 - x)(4 - x) = 24 - 6x - 4x + x^2 = 24 - 10x + x^2$ (1)

$24 - 10x + x^2 + x^2 = 24 - 10x + 2x^2$ (2)

$24 - 10x + x^2 = x^2$ يعني $0 = 24 - 10x$ يعني $10x = 24$ يعني $x = \frac{24}{10} = 2{,}4$ (3)

تمرين 2

$\frac{(8 - x)\,x}{2} = \frac{8x - x^2}{2}$ (1) $\frac{[x + (8 - x)]x8}{2} = 8x4 = 32$ (2)

$64 - (32 + \frac{8x - x^2}{2} + \frac{8x - x^2}{2}) = 64 - 32 - (8x - x^2) = 32 - 8x + x^2$ (3)

$x^2 - 8x + x^2 = 32 - 8x + x^2$ يعني $x^2 - 8x + 32 - 16 = 0$ يعني $x^2 - 8x + 16 = 0$ يعني $\frac{64}{4} = 16$ (4)

يعني $x^2 - 2 \times 4x + 4^2 = 0$ يعني $(x - 4)^2 = 0$ يعني $x - 4 = 0$ يعني $x = 4$

تمرين 3

$a^2 = (2\sqrt{2} + 1)^2 = (2\sqrt{2})^2 + 2x2\sqrt{2} \times 1 + 1^2 = 8 + 4\sqrt{2} + 1 = 9 + 4\sqrt{2}$ (1)

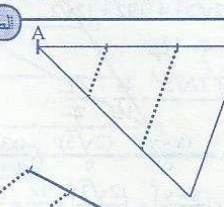
$b^2 = (\sqrt{2} + 2)^2 = \sqrt{2}^2 + 2x2\sqrt{2} + 2^2 = 2 + 4\sqrt{2} + 4 = 6 + 4\sqrt{2}$

بما أنّ $9 > 6$ فإنّ $9 + 4\sqrt{2} > 6 + 4\sqrt{2}$ اذن $a^2 > b^2$ وبما أنّ a و b موجبان فإنّ $a > b$ (2)

الصفحة عدد 47

تمرين 1

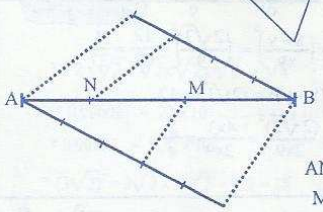
(1)



$\frac{AB}{3} = \frac{5}{3}$ (2)

$AM = \frac{20}{3} = \frac{15}{3} + \frac{5}{3} = 5 + \frac{5}{3}$ (3)

تمرين 2



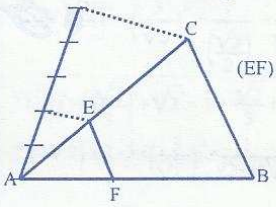
$AM = \frac{3}{5} \times AB = \frac{3}{5} \times 7 = \frac{21}{5} = 4{,}2$ (1)

$BN = \frac{3}{4} \times AB = \frac{3}{4} \times 7 = \frac{21}{4} = 5{,}25$ (2)

لنحسب : $AN = AB - BN = 7 - 5{,}25 = 1{,}75$ (3)

اذن $MN = AM - AN = 4{,}2 - 1{,}75 = 2{,}45$

تمرين 3



$\frac{AE}{AC} = \frac{2}{5}$ (1)

في المثلّث ABC لدينا: $E \in (AC)$ و $F \in (AB)$ و $(EF) // (BC)$ (2)

$\frac{2}{5} = \frac{AF}{6} = \frac{EF}{4}$ ومنه $\frac{AE}{AC} = \frac{AF}{AB} = \frac{EF}{BC}$

وبالتّالي $EF = \frac{8}{5} = 1{,}6$ و $AF = \frac{12}{5} = 2{,}4$

الصفحة عدد 48

تمرين 1

$\frac{AM}{2} = \frac{MN}{3} = \frac{NB}{1} = \frac{AB}{6}$ (1)

$\frac{MN}{3} = \frac{8}{3}$ اذن $\frac{MN}{3} = \frac{AB}{6}$ (2)

ومنه $MN = \frac{3x8}{6} = 4$

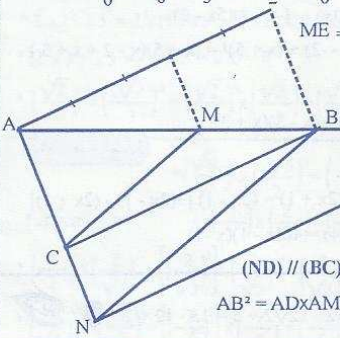
$\frac{AM}{NB} = 2$ اذن $\frac{AM}{2} = NB$ (3)

$\frac{AE}{3} = \frac{EB}{2} = \frac{AB}{5}$ ومنه $AEx2 = EBx3$ يعني $\frac{AE}{EB} = \frac{3}{2}$ (4)

$AM = \frac{2x8}{6} = \frac{16}{6} = \frac{8}{3}$ اذن $\frac{AM}{2} = \frac{AB}{6}$ و $AE = \frac{3x8}{5} = \frac{24}{5}$ اذن $\frac{AE}{3} = \frac{AB}{5}$ (5)

ومنه $ME = AE - AM = \frac{24}{5} - \frac{8}{3} = \frac{72 - 40}{15} = \frac{32}{15}$

تمرين 2



$\frac{AM}{AB} = \frac{\frac{3}{5}AB}{AB} = \frac{3}{5}$ (1)

في المثلّث ABN لدينا $M \in (AB)$ (2)

و $C \in (AN)$ و $(BN) // (CM)$

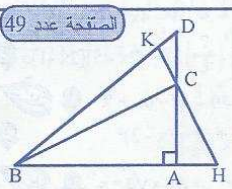
اذن $\frac{AC}{AN} = \frac{AM}{AB} = \frac{3}{5}$

في المثلّث ABC لدينا $N \in (AC)$ و $D \in (AB)$ و $(ND) // (BC)$ (3)

اذن $\frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AN}$ ومنه $\frac{AB}{AD} = \frac{AM}{AB}$ وبالتّالي $AB^2 = ADxAM$

الصفحة عدد 49

تمرين 1



بما أنّ ABC مثلّث قائم في A فإنّ $AB^2 + AC^2 = BC^2$ (1)

اذن $BC^2 = 4^2 + 2^2 = 16 + 4 = 20$ ومنه $BC = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$

نعلم أنّ ABD مثلّث قائم في A اذن $AB^2 + AD^2 = BD^2$ (2)

ومنه $4^2 + AD^2 = 5^2$ اذن $16 + AD^2 = 25$ اذن $AD^2 = 25 - 16$

وبالتّالي: $AD^2 = 9$ اذن $AD = \sqrt{9} = 3$

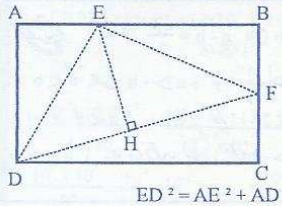
في المثلّث BCH القائم في C لدينا $BC^2 + CH^2 = BH^2$ (3)

اذن $BH^2 - CH^2 = BC^2$ ومنه $BH^2 - CH^2 = 25$

في المثلّث BCK القائم في C لدينا $BC^2 + CK^2 = BK^2$

اذن $BK^2 - CK^2 = BC^2 = 25$ و بالتّالي $BK^2 - CK^2 = BH^2 - CH^2$

تمرين 2



ABC مثلّث قائم في B (1)

اذن $AC^2 = AB^2 + BC^2 = 6^2 + (2\sqrt{3})^2 = 36 + 12 = 48$

$AC = \sqrt{48} = 4\sqrt{3}$ اذن

AED قائم في A اذن $ED^2 = AE^2 + AD^2 = 2^2 + (2\sqrt{3})^2 = 4 + 12 = 16$ (2)

اذن $ED = \sqrt{16} = 4$

EBC قائم في B اذن $EC^2 = BE^2 + BC^2 = 4^2 + (2\sqrt{3})^2 = 16 + 12 = 28$ اذن $EC = \sqrt{28} = 2\sqrt{7}$

و نعلم أنّ $CD^2 = 36$ و $EC^2 + ED^2 = 28 + 16 = 44$ اذن ECD هو مثلّث غير قائم. (3)

الصفحة عدد 50

EBF مثلّث قائم في B اذن $EF^2 = EB^2 + BF^2$ (4)

ومنه $EF^2 = 16 + 3 = 19$ و منه $EF = \sqrt{19}$

DFC مثلّث قائم في C اذن $DF^2 = DC^2 + FC^2 = 6^2 + \sqrt{3}^2$

ومنه $DF^2 = 36 + 3 = 39$ و بالتّالي $DF = \sqrt{39}$ اذن محيط المثلّث DEF هو $4 + \sqrt{19} + \sqrt{39}$

مساحة AED هي: $2 \times \frac{2\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}\ cm^2$ (5)

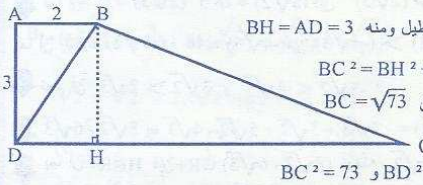
مساحة EBF هي: $\frac{4 \times \sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}\ cm^2$

مساحة CFD هي: $\frac{6 \times \sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3}\ cm^2$ مساحة المستطيل ABCD هي: $6 \times 4 = 24\ cm^2$

مساحة EFD هي: $12 - (2\sqrt{3} + 2\sqrt{3} + 3\sqrt{3}) = 12 - 7\sqrt{3}$

$\frac{EH \times DF}{2} = \frac{48 - 14\sqrt{3}}{\sqrt{39}}$ اذن $EH = \frac{48 - 14\sqrt{3}}{\sqrt{39}}$ (6)

تمرين 3



ABD مثلّث قائم في A اذن $BD^2 = AB^2 + AD^2 = 2^2 + 3^2 = 13$ اذن $BD = \sqrt{13}$ (1)

ABHD له 3 زوايا قائمة اذن هو مستطيل ومنه $BH = AD = 3$ (2)

BCH مثلّث قائم في H اذن: $BC^2 = BH^2 + HC^2$ (3)

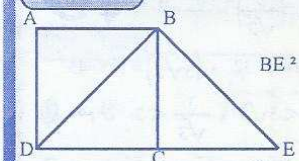
ومنه $BD^2 = 3^2 + 8^2 = 9 + 64 = 73$ اذن $BC = \sqrt{73}$

$BC^2 = 73$ و $BD^2 = \sqrt{13}^2 = 13$ و $DC^2 = 10^2 = 100$ (4)

ومنه BDC مثلّث غير قائم. اذن $CD^2 \neq BC^2 + BD^2$ $13 + 73 = 86$

الصفحة عدد 51

تمرين 1



$BD = 3\sqrt{2}$ (1)

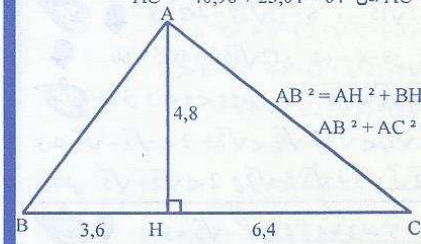
BCE مثلّث قائم في C اذن $BE^2 = BC^2 + CE^2 = 3^2 + 3^2 = 18$ (2)

ومنه $BE = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$

$DE^2 = 6^2 = 36$ و $BE^2 = 18$ و $BD^2 = 18$ (3)

ومنه BDE مثلّث قائم في B اذن $BD^2 + BE^2 = DE^2$ $18 + 18 = 36$

تمرين 2



AHC مثلّث قائم في H (1)

ومنه $AC^2 = 4{,}8^2 + 6{,}4^2 = AH^2 + HC^2$ اذن $AC^2 = 40{,}96 + 23{,}04 = 64$

ومنه $AC = \sqrt{64} = 8$

ABH مثلّث قائم في H اذن (2)

$AB^2 = AH^2 + BH^2 = 4{,}8^2 + 3{,}6^2 = 23{,}04 + 12{,}96 = 36$

وبالتّالي $AB^2 + AC^2 = 6^2 + 8^2 = 36 + 64 = 100 = BC^2$

ومنه ABC مثلّث قائم في A

$AH = \frac{AB\sqrt{3}}{2} = \frac{4\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$ (1)

$HK = HC + CK = 4 + 2 = 6$ (2)

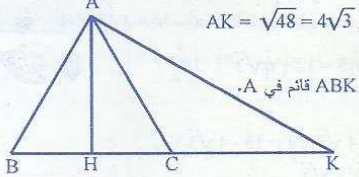
AHK مثلّث قائم في H اذن: $AK^2 = AH^2 + HK^2$ (3)

ومنه $AK^2 = (2\sqrt{3})^2 + 6^2$ اذن $AK^2 = 12 + 36 = 48$

وبالتّالي $AK = \sqrt{48} = 4\sqrt{3}$

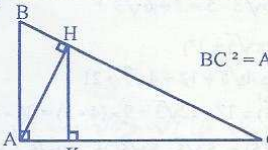
$AK^2 = 48$ و $AB^2 = 16$ و $BK^2 = 64$ (4)

ومنه ABK قائم في A. $AK^2 + AB^2 = BK^2$ اذن $64 = 16 + 48$



الصفحة عدد 52

تمرين 1



$BC^2 = AB^2 + AC^2 = 3^2 + 6^2 = 9 + 36 = 45$ (1)

اذن $BC = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$

بما أنّ ABC مثلّث قائم في A و H المسقط العمودي لـ A على (BC) (2)

فإنّ $AHxBC = ABxAC$ ومنه $AHx3\sqrt{5} = 3x6$ اذن $AH = \frac{3x6}{3\sqrt{5}} = \frac{6}{\sqrt{5}} = \frac{6\sqrt{5}}{5}$

ACH مثلّث قائم في H اذن: $HC^2 + HA^2 = AC^2$ (3)

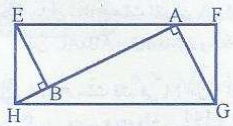
www.jawhara-soft.com

ومنه $HC^2 = 6^2 - \left(\frac{6}{\sqrt{5}}\right)^2$ اذن $HC^2 = 36 - \frac{36}{5} = \frac{144}{5}$ ومنه $HC = \sqrt{\frac{144}{5}} = \frac{12}{\sqrt{5}} = \frac{12\sqrt{5}}{5}$

④ بما أنّ AHC مثلّث قائم في H و K المسقط العمودي لـ H على (AC)

فإنّ $AH \times HC = AC \times HK$ ومنه $HK = \frac{\frac{6x12}{5}}{6} = \frac{6x12}{5} \times \frac{1}{6} = \frac{12}{5}$ وبالتّالي $HK = \frac{6}{\sqrt{5}} \times \frac{12}{\sqrt{5}}$

تمرين ① AEH مثلّث قائم في E اذن $AH^2 = AE^2 + EH^2 = 4^2 + 2^2 = 16+4 = 20$



ومنه $AH = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$

AFG مثلّث قائم في F اذن $AG^2 = AF^2 + FG^2 = 1^2 + 2^2 = 5$

اذن $AG = \sqrt{5}$

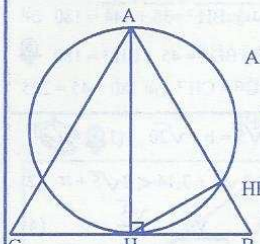
② $HG^2 = 5^2 = 25$ و $AG^2 = \sqrt{5}^2 = 5$ و $AH^2 = 20$ اذن $20+5 = 25$

وبالتّالي $AH^2 + AG^2 = HG^2$ و منه AHG مثلّث قائم في A

③ نعلم أنّ AEH مثلّث قائم في E و B المسقط العموديّ لـ E على (AH) اذن $EB \times AH = EA \times EH$

ومنه $EB \times 2\sqrt{5} = 4x2$ اذن $EB = \frac{4x2}{2\sqrt{5}} = \frac{4}{\sqrt{5}} = \frac{4\sqrt{5}}{5}$

تمرين ① بما أنّ ABC مثلّث متقايس الضلاع و AH ارتفاع فإنّ:



$AH = AB\frac{\sqrt{3}}{2}$ اذن $AB = \frac{AH}{\frac{\sqrt{3}}{2}}$ ومنه $AB = 3\sqrt{3} \times \frac{2}{\sqrt{3}} = 6$

② بما أنّ [AH] قطر لـ ζ و E تنتمي لـ ζ فإنّ المثلّث AHE قائم في E

③ لنحسب HE لدينا المثلّث AHB قائم في H و E المسقط العموديّ لـ H على (AB) اذن $HE \times AB = AH \times HB$ ومنه $HE = \frac{3\sqrt{3}x3}{6} = \frac{3\sqrt{3}}{2}$

لدينا المثلّث AHE قائم في E اذن $AE^2 + HE^2 = AH^2$

ومنه $AE^2 + \left(\frac{3\sqrt{3}}{2}\right)^2 = (3\sqrt{3})^2$

اذن $AE^2 = 27 - \frac{27}{2} = \frac{27}{2}$ و بالتّالي $AE = \sqrt{\frac{27}{2}} = 3\sqrt{\frac{3}{2}}$

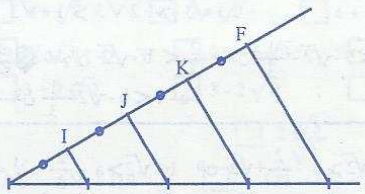
الصفحة عدد 53

تمرين ① $3\sqrt{2}^2$ يساوي : ☐ 12 ; ☒ 6 ; ☐ 18

② $2^{-7} + 2^{-7}$ يساوي : ☐ 4^{-7} ; ☐ 2^{-14} ; ☒ 2^{-6}

③ $5^2 \times 2^3$ يساوي : ☒ 2×10^2 ; ☐ 10^6 ; ☐ 10^5

④



☐ $AD = \frac{3}{5} AE$

☒ $AB = \frac{BE}{3}$

☐ $\frac{BC}{BE} = \frac{BI}{EF}$

تمرين ① $A = \left(\frac{3}{2}\right)^{-2} + \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \left(\frac{2}{3}\right)^2 + \frac{1}{9} = \frac{4}{9} + \frac{1}{9} = \frac{5}{9}$

$B = \sqrt{3}^{-2} - \sqrt{3}^{-2} = 3 - \frac{1}{3} = \frac{9}{3} - \frac{1}{3} = \frac{8}{3}$

$C = 2x\sqrt{3}^{-3} - \sqrt{3}^{2} \times \sqrt{3}^{-1} = \frac{2}{3\sqrt{3}} - \frac{3}{\sqrt{3}} = \frac{2}{3\sqrt{3}} - \frac{9}{3\sqrt{3}} = \frac{-7}{3\sqrt{3}} = \frac{-7\sqrt{3}}{9}$

$D = \frac{(2\sqrt{3})^2 \times 10^{-2}}{3 \times 10^{-3}} = \frac{4x3}{3} x10 = 4x10 = 40$

$E = \left(\frac{2}{3}\right)^{-2} + \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^{-4} = \left(\frac{3}{2}\right)^2 + \frac{1}{2} = \frac{9}{4} + \frac{2}{4} = \frac{11}{4}$

تمرين $* (\pi^{-3})^{-4} = \pi^{12}$

$* \left(\frac{-\sqrt{7}}{3}\right)^5 \times \left(\frac{3}{\sqrt{7}}\right)^8 = \left(\frac{-3}{\sqrt{7}}\right)^5 \times \left(\frac{-3}{\sqrt{7}}\right)^8 = \left(\frac{-3}{\sqrt{7}}\right)^3$ $* \pi^{-5} \times \pi^{8} = \pi^3$

الصفحة عدد 54

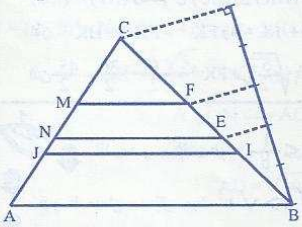
$* \left(\frac{\sqrt{5}}{3}\right)^{-6} \times \left(\frac{9}{4}\right)^{-3} = \left(\frac{\sqrt{5}}{3}\right)^{-6} \times \left[\left(\frac{3}{2}\right)^2\right]^{-3} = \left(\frac{\sqrt{5}}{3}\right)^{-6} \times \left(\frac{3}{2}\right)^{-6} = \left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^{-6}$

$* \left(\frac{\sqrt{2}}{7}\right)^{-4} \times \left(\frac{49}{2}\right)^3 = \left(\frac{\sqrt{2}}{7}\right)^{-4} \times \left[\left(\frac{7}{\sqrt{2}}\right)^2\right]^3 = \left(\frac{7}{\sqrt{2}}\right)^8 \times \left(\frac{7}{\sqrt{2}}\right)^6 = \left(\frac{7}{\sqrt{2}}\right)^{10}$

$* \left(\frac{2}{\sqrt{7}}\right)^8 \times \left(\frac{5}{2}\right)^4 = \left[\left(\frac{\sqrt{7}}{2}\right)^2\right]^4 \times \left(\frac{5}{2}\right)^4 = \left(\frac{7}{4}\right)^4 \times \left(\frac{5}{2}\right)^4 = \left(\frac{35}{8}\right)^4$

$* \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{-5} \times \left(\frac{2}{5}\right)^{-10} = \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{-5} \times \left[\left(\frac{2}{5}\right)^2\right]^{-5} = \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{-5} \times \left(\frac{4}{25}\right)^{-5} = \left(\frac{-2\sqrt{3}}{25}\right)^{-5}$

تمرين ①



$\frac{BE}{2} = \frac{EF}{1} = \frac{FC}{2} = \frac{BC}{5}$

② $EF = \frac{6}{5} = 1,2$ اذن $\frac{EF}{1} = \frac{BC}{5}$

$FC = \frac{2x6}{5} = \frac{12}{5} = 2,4$ اذن $\frac{FC}{2} = \frac{BC}{5}$

③ في المثلّث ABC لدينا (MF) // (AB) و F∈(BC) و M∈(AC) اذن $\frac{CM}{CA} = \frac{CF}{CB} = \frac{MF}{AB}$

ومنه $CM = \frac{5x2,4}{6} = 2$ و بالتّالي $\frac{CM}{5} = \frac{2,4}{6}$

④ مساقط النّقاط C و F و E على (AC) وفقا لمنحى (AB) هي على التّوالي C و M و N اذن $\frac{MN}{EF} = \frac{MC}{CF}$

ومنه $MN = \frac{1,2x2}{2,4} = 1$

⑤ لدينا AMFB شبه منحرف به I منتصف [FB] و J منتصف [AM] اذن $IJ = \frac{MF + AB}{2}$

لنحسب MF: $\frac{MF}{AB} = \frac{2,4}{6}$ ومنه $MF = \frac{7 \times 2,4}{6} = 2,8$ اذن $IJ = \frac{2,8 + 7}{2} = \frac{9,8}{2} = 4,9$

الصفحة عدد 55

تمرين ① $\left(\frac{3}{\sqrt{5}}\right)^{-3} \in \Re_-$; خطأ ; $\left(-\frac{\sqrt{3}}{4}\right)^8 \in \Re_+$; صواب

② $2x\sqrt{7}^9 = 2^9 x\sqrt{7}^9$; خطأ ; $3\sqrt{3}\pi^3 = (\sqrt{3}\pi)^3$; صواب

③ $\left[\left(-\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}}\right)^3\right]^{-4} = \left[\left(\frac{\sqrt{3}}{5}\right)^4\right]^3$; صواب ; $\sqrt{\left(\frac{5}{6}\right)^{-4}} = \frac{36}{25}$; صواب

④ [AB] قطعة مستقيم و M نقطة من [AB] حيث $AM = \frac{2}{3} MB$ اذن:

$\frac{AM}{2} = \frac{AB}{5}$; صواب $\frac{AM}{3} = \frac{MB}{2}$; صواب

تمرين $A = \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^3 + \left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^{-3} = -\frac{3\sqrt{3}}{8} + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^3 = -\frac{3\sqrt{3}}{8} + \frac{3\sqrt{3}}{8} = 0$

$B = \left(\frac{1}{7}\right)^3 x \left(\frac{14}{3}\right)^3 - \left(\frac{5}{3}\right)^2 = \left(\frac{1x14}{7x3}\right)^3 - \frac{25}{9} = \frac{8}{27} - \frac{75}{27} = \frac{-67}{27}$

$C = \left(\frac{9}{5}\right)^3 x \left(\frac{3}{\sqrt{5}}\right)^7 = \left[\left(\frac{3}{\sqrt{5}}\right)^2\right]^3 x \left(\frac{3}{\sqrt{5}}\right)^7 = \left(\frac{3}{\sqrt{5}}\right)^6 x \left(\frac{3}{\sqrt{5}}\right)^7 = \frac{3}{\sqrt{5}}$

$D = \left(-\frac{1}{2}\right)^3 + \left(\frac{2}{3}\right)^2 + 2^{-1} = -\frac{1}{8} + \frac{9}{4} + \frac{1}{2} = -\frac{1}{8} + \frac{18}{8} + \frac{4}{8} = \frac{21}{8}$

$E = 3x\sqrt{2}^{-2} - \sqrt{2}^{-2} = \frac{3}{2} - \frac{1}{2} = \frac{2}{2} = 1$

تمرين ① $* \left(\frac{2}{3}\right)^{-4} x \left(\frac{5}{2}\right)^{-4} = \left(\frac{5}{3}\right)^{-4}$; $* \left[\left(\sqrt{\frac{5}{7}}\right)^5\right]^{-2} = \left(\frac{5}{7}\right)^5$

$* \frac{9\sqrt{3}}{4\sqrt{2}} = \left(\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}\right)^5$; $* -2\sqrt{2}^5 = (-\sqrt{2})^5$

الصفحة عدد 56

② $* \frac{35 \times 10^7}{3,5 \times 10^3} = \frac{35 \times 10^4}{35 \times 10^{-1}} = 10^5$

$* \frac{3,28 \times \pi^5}{656 \times 0,001 \times \pi^3} = \frac{328 \times 10^{-2} \times \pi^2}{656 \times 10^{-3}} = \frac{10 \times \pi^2}{2} = 5\pi^2$

$* \frac{0,0021 \times 10^3}{\sqrt{7} \times 10^{-2}} = \frac{21 \times 10^{-4} \times 10^5}{\sqrt{7}} = \frac{3x7x10}{\sqrt{7}} = 30\sqrt{7}$

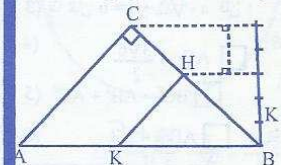
③ $I = \left(\frac{2}{7}\right)^7 x \left(\frac{7}{2}\right)^{-3} = \left(\frac{7}{2}\right)^7 x \left(\frac{7}{2}\right)^{-3} = \left(\frac{7}{2}\right)^4$

$J = 0,0008^3 \times 5^9 = \left(8 \times 10^{-4}\right)^3 \times 5^9 = \left(2^3 \times 10^{-4}\right)^3 \times 5^9 = 2^9 \times 10^{-12} \times 5^9 = 10^9 \times 10^{-12} = 10^{-3}$

$K = \frac{\sqrt{2}^{-5} + \sqrt{2}^{-5}}{\sqrt{2}^{-4}} = 2x\frac{\sqrt{2}^{-5}}{\sqrt{2}^{-4}} = \sqrt{2}^2 x \sqrt{2}^{-5} = \sqrt{2}^{-3}$

$L = \left(\sqrt{\frac{5}{3}}\right)^3 x \left(\frac{9}{5}\right)^{-5} = \left(\sqrt{\frac{5}{3}}\right)^3 x \left[\left(\frac{3}{\sqrt{5}}\right)^2\right]^{-5} = \left(\sqrt{\frac{5}{3}}\right)^3 x \left(\sqrt{\frac{5}{3}}\right)^{10} = \left(\sqrt{\frac{5}{3}}\right)^{13}$

تمرين ①



$\frac{BH}{BC} = \frac{\frac{3}{5}BC}{BC} = \frac{3}{5} = 0,6$

② في المثلّث ABC لدينا (HK) // (AC) و H∈(BC) و K∈(AB)

اذن $\frac{BK}{6} = \frac{HK}{4} = \frac{3}{5}$ ومنه $\frac{BH}{BC} = \frac{BK}{BA} = \frac{HK}{AC}$

$HK = \frac{4x3}{5} = 2,4$ و $BK = \frac{6x3}{5} = 3,6$

③ بما أنّ ABC مثلّث قائم في C فإنّ: $BC^2 + CA^2 = AB^2$ ومنه $BC^2 + 4^2 = 6^2$

اذن $BC^2 = 36 - 16 = 20$ وبالتّالي $BC = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$

④ $BH = \frac{3}{5} BC = \frac{3}{5} x2\sqrt{5} = \frac{6\sqrt{5}}{5}$

الصفحة عدد 57

تمرين ① 1) كلّ قوة لعدد حقيقي سالب دليلها سالب ومخالف لصفر هي سالبة خطأ

2) $-2\sqrt{3}^{14} \in \Re_-$; صواب $(-5 \quad 3+1)^0 = 1$; صواب

3) $AM = \frac{2}{3} AB$; صواب $\frac{AM}{2} = MB$; صواب $\frac{AM}{3} = \frac{MB}{2}$; خطأ $MB = \frac{AB}{3}$; صواب

② أ) العدد 2^{-3} يساوي: ☐ -6 ; ☒ $\frac{1}{8}$; ☐ -8

ب) العدد $(3\pi)^2$ يساوي: $9\pi^2$; ☒ ☐ 6π ; ☐ $3\pi^2$

ج) $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^4 x \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^4$ يساوي: ☐ $\left(\frac{-3}{4}\right)^4$; ☒ $-\left(\frac{3}{4}\right)^4$; ☐ $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^8$

www.jawhara-soft.com

تمرين

* $\sqrt{5}^{-2}+\sqrt{3}^{-2}+\left(\frac{3}{5}\right)^{-1}=\frac{1}{5}+\frac{1}{3}+\frac{5}{3}=\frac{1}{5}+\frac{6}{3}=\frac{1}{5}+2=\frac{1}{5}+\frac{10}{5}=\frac{11}{5}$

* $\frac{0,009\times10^{10}}{30^2\times(0,1)^{-4}}=\frac{9\times10^{-3}\times10^{10}}{(3\times10)^2\times(10^{-1})^{-4}}=\frac{9\times10^{7}}{9\times10^{2}\times10^{4}}=\frac{10^{7}}{10^{6}}=10$

* $\sqrt{5}^{-4}+\left(\frac{1}{5}\right)^{2}\times4=\frac{1}{\sqrt{5}^{4}}+\frac{1}{25}\times4=\frac{1}{25}+\frac{4}{25}=\frac{5}{25}=\frac{1}{5}$

تمرين

* $a\times b=\left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)^{-5}\times\left(\frac{9}{2}\right)^{-4}=\left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)^{-5}\times\left[\left(\frac{3}{\sqrt{2}}\right)^{2}\right]^{4}=\left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)^{-5}\times\left(\frac{3}{\sqrt{2}}\right)^{8}$
$=\left(\frac{3}{\sqrt{2}}\right)^{5}\times\left(\frac{3}{\sqrt{2}}\right)^{8}=\left(\frac{3}{\sqrt{2}}\right)^{13}$ (1)

الصفحة عدد 58

* $\frac{a}{b}=\frac{\left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)^{-5}}{\left(\frac{9}{2}\right)^{4}}=\left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)^{5}\times\left(\frac{9}{2}\right)^{-4}=\left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)^{5}\times\left[\left(\frac{3}{\sqrt{2}}\right)^{2}\right]^{-4}=\left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)^{5}\times\left(\frac{3}{\sqrt{2}}\right)^{-8}=\left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)^{5}\times\left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)^{8}$
$=\left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)^{13}$

$c=\frac{1}{\frac{a}{b}}=\frac{1}{\left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)^{5}}=\left(\frac{3}{\sqrt{2}}\right)^{5}$ اذن $c=\frac{b}{a}$ يعني $a\times c=b$ (2)

$d=\frac{3}{\sqrt{2}}$ ومنه $d^{13}=\left(\frac{3}{\sqrt{2}}\right)^{13}$ اذن $d^{8}\times d^{5}=a\times b$ (3)

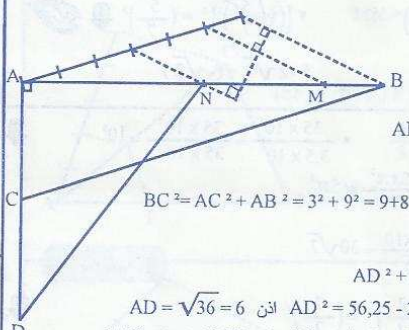
تمرين

* $\frac{10^{-7}\times(0,01)^{2}}{\left(\frac{1}{1000}\right)^{-3}\times10^{-5}}=\frac{10^{-7}\times(10^{-3})^{2}}{(10^{-3})^{-3}\times10^{-5}}=\frac{10^{-7}\times10^{-6}}{10^{9}\times10^{-5}}=\frac{10^{-13}}{10^{4}}=10^{-15}$

* $\frac{(0,0003)^{3}\times100^{2}}{27\times10^{-2}}=\frac{(3\times10^{-4})^{3}\times(10^{2})^{2}}{27\times10^{-2}}=\frac{27\times10^{-12}\times10^{4}}{27\times10^{-2}}=10^{-10}\times10^{4}=10^{-6}$

* $\frac{0,0049\times(2^{3}\times5^{2})^{-3}}{(70)^{2}\times125}=\frac{49\times10^{-4}\times2^{-9}\times5^{-6}}{(7\times10)^{2}\times5^{3}}=\frac{49\times10^{-4}\times2^{-9}\times5^{-9}}{(7\times10)^{2}\times5^{3}}=\frac{49\times10^{-4}\times2^{-9}\times5^{-9}}{49\times10^{2}}$
$=10^{-6}\times10^{-9}=10^{-15}$

تمرين



(1) $AM=\frac{5}{6}\times9=\frac{5\times3}{2}=7,5$

(2) $\frac{AN}{3}=\frac{NM}{2}=\frac{AM}{5}$

(3) $AN=\frac{3\times7,5}{5}=4,5$ اذن $\frac{AN}{3}=\frac{AM}{5}$

ومنه $MN=7,5-4,5=3$

(4) بما أنّ ABC مثلّث قائم في A فإنّ: $BC^2=AC^2+AB^2=3^2+9^2=9+81=90$

اذن $BC=\sqrt{90}=\sqrt{9}\times\sqrt{10}=3\sqrt{10}$

(5) AND مثلّث قائم في A اذن $AD^2+AN^2=ND^2$

ومنه $AD^2=7,5^2-4,5^2$ وبالتّالي $AD^2=56,25-20,25=36$ اذن $AD=\sqrt{36}=6$

ونعلم أنّ $AC=3$ اذن $CA=CD$ وبما أنّ A و C و D على استقامة واحدة فإنّ C منتصف [AD]

الصفحة عدد 59

(1) ☐ $\sqrt{0,9}=0,3$; ☒ $\sqrt{0,9}<0,9$; ☐ $\sqrt{0,9}>0,9$

(2) ☐ $\sqrt{5}+1=6$; ☐ $\sqrt{5}+1>6$; ☒ $\sqrt{5}+1<6$

(3) إذا كان $a-\sqrt{2}+1=b$ فإنّ :
☐ $a=b$ ☐ $a<b$ ☒ $a>b$

(4) ☐ $AC=\frac{3\sqrt{6}}{2}$; ☒ $AC=6$; ☐ $AC=3$

(5) ☐ $BC^2=AB^2+AC^2$; ☒ $BC^2=AB^2-AC^2$; ☐ $BC^2=AC^2-AB^2$

(6) ☐ $AB=4\sqrt{2}$; ☐ $AB=\frac{4\sqrt{3}}{2}$; ☒ $AB=2\sqrt{2}$

تمرين

(1) $\frac{3}{\sqrt{2}}-\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{3\sqrt{2}}{2}-\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{2\sqrt{2}}{2}=\sqrt{2}$

(2) $(4\sqrt{5})^2=16\times5=80$ و $(6\sqrt{3})^2=36\times3=98$

وبما أنّ $(6\sqrt{3})^2>(4\sqrt{5})^2$ فإنّ $6\sqrt{3}>4\sqrt{5}$

(3) وبما أنّ $\frac{3}{\sqrt{2}}-\frac{\sqrt{2}}{2}=\sqrt{2}>0$ فإنّ $\frac{3}{\sqrt{2}}>\frac{\sqrt{2}}{2}$ ونعلم $6\sqrt{3}>4\sqrt{5}$

اذن $6\sqrt{3}+\frac{3}{\sqrt{2}}>4\sqrt{5}+\frac{\sqrt{2}}{2}$.

(4) نعلم أنّ $6\sqrt{3}>4\sqrt{5}$ اذن $6\sqrt{3}+2\sqrt{5}>4\sqrt{5}+2\sqrt{5}$ ومنه $6\sqrt{3}+2\sqrt{5}>6\sqrt{5}$

(5) نعلم أنّ $4\sqrt{5}<6\sqrt{3}$ اذن $4\sqrt{5}-6\sqrt{3}<0$

و $(5\sqrt{5})^2=125$ و $(4\sqrt{3})^2=48$ اذن $5\sqrt{5}>4\sqrt{3}$ ومنه $5\sqrt{5}-4\sqrt{3}>0$

$E=-(4\sqrt{5}-6\sqrt{3})+(5\sqrt{5}-4\sqrt{3})=-4\sqrt{5}+6\sqrt{3}+5\sqrt{5}-4\sqrt{3}=\sqrt{5}+2\sqrt{3}$

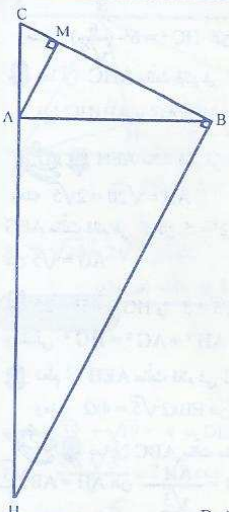
الصفحة عدد 60

تمرين

(1) $3^2=9$ و $(2\sqrt{5})^2=20$ اذن $3<2\sqrt{5}$ ومنه $a\in\mathbb{R}-$

$4^2=16$ و $(2\sqrt{5})^2=20$ اذن $4<2\sqrt{5}$ ومنه $b\in\mathbb{R}-$

(2) نعلم أنّ $4>3$ اذن $4-2\sqrt{5}>3-2\sqrt{5}$ ومنه $a<b$



(1) نعلم أنّ $a<b$ و a و b لهما نفس العلامة اذن $\frac{1}{a}>\frac{1}{b}$

(2) بما أنّ $\frac{1}{a}>\frac{1}{b}$ و $-\sqrt{3}\in\mathbb{R}-$ اذن $\frac{-\sqrt{3}}{a}<\frac{-\sqrt{3}}{b}$

تمرين

(1) ABC مثلّث قائم في A اذن $BC=\sqrt{45}=3\sqrt{5}$ ومنه $BC^2=AB^2+AC^2=3^2+6^2=9+36$

(2) بما أنّ ABC مثلّث قائم في A و M المسقط العموديّ لـ A على (BC)
فإنّ $AM\times BC=AB\times AC$ ومنه $AM=\frac{3\times6}{3\sqrt{5}}=\frac{6}{\sqrt{5}}$

(3) ABM مثلّث قائم في M اذن $AB^2=AM^2+MB^2$ ومنه
$MB^2=\frac{180-36}{5}=\frac{144}{5}$ اذن $MB^2=6^2-(\frac{6}{\sqrt{5}})^2$
ومنه $MB=\sqrt{\frac{144}{5}}=\frac{12}{\sqrt{5}}$

(4) المثلّث ABH قائم في A اذن
$BH^2=6^2+12^2$ ومنه $AH^2+AB^2=BH^2$
اذن $BH=\sqrt{180}=6\sqrt{5}$ ومنه $BH^2=36+144=180$

(5) $BH^2=180$ و $BC^2=45$ و $CH^2=15^2=225$
ومنه المثلّث BCH قائم في B. اذن $BH^2+BC^2=CH^2$ اذن $180+45=225$

الصفحة عدد 61

تمرين

(1) $a+2\sqrt{5}=b+\sqrt{20}$ اذن $a=b$ صواب

(2) $3\sqrt{2}+3,14<2\sqrt{5}+\pi$ صواب

(3) $\frac{\sqrt{3}}{3}>\frac{\sqrt{2}}{2}$ خطأ

(4) $\sqrt{3}^{-3}-\frac{\sqrt{3}}{9}=0$ صواب

(5) $-7>-5\sqrt{2}$ صواب

(6) $AH=2\sqrt{6}$ خطأ ; $AH=6$ خطأ ; $AH=3$ صواب

(7) ABC مثلّث حيث $AB=3$ و $AC=5$ و $BC=4$ اذن ABC مثلّث قائم في A. خطأ

تمرين

(1) نعلم أنّ $\sqrt{3}>1$ اذن $\sqrt{3}+\sqrt{3}>1+\sqrt{3}$ ومنه $2\sqrt{3}>1+\sqrt{3}$

(2) نعلم أنّ $2>1$ اذن $2+\sqrt{3}>1+\sqrt{3}$

(3) نعلم أنّ $2>\sqrt{3}$ اذن $2+\sqrt{3}>\sqrt{3}+\sqrt{3}$ ومنه $2+\sqrt{3}>2\sqrt{3}$

(4) $2+\sqrt{3}>2\sqrt{3}>1+\sqrt{3}$

تمرين

(1) نعلم أنّ $a-\frac{2}{3}<b-\sqrt{2}$ اذن $a-\frac{2}{3}-\frac{1}{3}<b-\sqrt{2}-\frac{1}{3}$ ومنه $a-\frac{3}{3}<b-\sqrt{2}-\frac{1}{3}$
اذن $a-1<b-\sqrt{2}-\frac{1}{3}$

الصفحة عدد 62

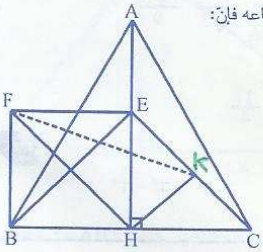
(2) نعلم أنّ $b-\sqrt{2}>a-\frac{2}{3}$ اذن $b-\sqrt{2}+\sqrt{2}>a-\frac{2}{3}+\sqrt{2}$ ومنه $b>a+\sqrt{2}-\frac{2}{3}$

(3) نعلم أنّ $b>a+\sqrt{2}-\frac{2}{3}$ اذن $b-a>a+\sqrt{2}-\frac{2}{3}-a$ اذن $b-a>\sqrt{2}-\frac{2}{3}$

لنقارن بين $\sqrt{2}$ و $\frac{2}{3}$: $\sqrt{2}>1$ و $1>\frac{2}{3}$ اذن $\sqrt{2}>\frac{2}{3}$ ومنه $\sqrt{2}-\frac{2}{3}>0$

وبالتّالي $b-a>0$ اذن $b>a$ و بما أنّ a و b اهما نفس العلامة فإنّ $\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$

تمرين



(1) بما أنّ ABC مثلّث متقايس الأضلاع و [AH] ارتفاعه فإنّ:
$AH=AB\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{6\sqrt{3}}{2}=3\sqrt{3}$

(2) بما أنّ EHBF مربّع طول ضلعه BH هو 3 صم
اذن طول قطره هو $FH=3\sqrt{2}$

(3) ECH مثلّث قائم في H اذن $EC^2=EH^2+HC^2$
ومنه $EC^2=3^2+3^2=18$ اذن $EC=\sqrt{18}=3\sqrt{2}$

(4) بما أنّ $EC=EB=3\sqrt{2}$ فإنّ EBC مثلّث متقايس الضلعين
$EB^2=18$ و $EC^2=18$ و $BC^2=6^2=36$ وبما أنّ $18+18=36$
اذن $EC^2+EB^2=BC^2$ ومنه EBC مثلّث قائم في E.

(5) EHC مثلّث قائم في H و K المسقط العموديّ لـ H على (EC) اذن $HK\times EC=EH\times HC$
اذن $HK=\frac{3\times3}{3\sqrt{2}}$ ومنه $HK=\frac{3}{\sqrt{2}}=\frac{3\sqrt{2}}{2}$

(6) لنبيّن أنّ المثلّث FHK قائم. لدينا $EF=HC$ و $HF=EC$ اذن ECHF هو متوازي أضلاع ومنه
$(HF)//(EC)$ ونعلم أنّ $(EC)\perp(HK)$ اذن $(FH)\perp(HK)$ وبالتّالي المثلّث FHK قائم في H
اذن $FK^2=FH^2+HK^2$ ومنه $FK^2=(\frac{3}{\sqrt{2}})^2+(3\sqrt{2})^2=\frac{9}{2}+18$
اذن $FK^2=\frac{9}{2}+\frac{36}{2}=\frac{45}{2}$ اذن $FK=\sqrt{\frac{49}{2}}=3\sqrt{\frac{5}{2}}$

الصفحة عدد 63

تمرين

(1) ☐ $\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$; ☒ $\frac{1}{a}>\frac{1}{b}$; ☐ $-b>a$: $a\in\mathbb{R}^*$ و $b\in\mathbb{R}^*$

(2) a و b عددان حقيقيّان حيث $\sqrt{a^2}>\sqrt{b^2}$: إذن: ☐ $a>b$; ☐ $a<b$; ☒ $|a|>|b|$

(3) ☐ $a<b$; ☐ $a>b$; ☒ $-a=\frac{1}{b}$ إذن: $a\times b=-1$

www.jawhara-soft.com

☐ $AH = HB = AC$; ☒ $AH = \frac{BC}{2}$; ☐ $AH \times BC = AB \times AC$ (4)

☒ $AH^2 = AB^2 - \frac{BC^2}{4}$; ☐ $AH = AB\sqrt{2}$; ☐ $AH = AB\frac{\sqrt{3}}{2}$ (5)

☐ $HA = HB = HC$; ☐ $AH \times BC = AC \times BC$; ☒ $\frac{AH}{AC} = \frac{AB}{BC}$ (6)

تمرين (1) $49 = 7^2$ و $(3\sqrt{5})^2 = 9x5 = 45$ بما أنّ $7^2 < (3\sqrt{5})^2$ فإنّ $7 < 3\sqrt{5}$

الصفحة عدد 65

(2) نعلم أنّ $7 < 3\sqrt{5} < 8$ اذن $7 + 2 < 3\sqrt{5} + 2 < 8 + 2$ ومنه $9 < 3\sqrt{5} + 2 < 10$

(3) نعلم أنّ $-2 < -\sqrt{5} < -1$ و $7 < 3\sqrt{5} < 8$ اذن $7 - 2 < 3\sqrt{5} - \sqrt{5} < 8 - 1$ ومنه $5 < 2\sqrt{5} < 7$

(4) $H = -(3\sqrt{5} - 7) - [6 - (3\sqrt{5} - 2)] = -3\sqrt{5} + 7 - [6 - 3\sqrt{5} + 2]$

$= -3\sqrt{5} + 7 - 6 + 3\sqrt{5} - 2 = 1 - 2 = -1$

تمرين (1) $a^2 = (2\sqrt{3} - 3)^2 = (2\sqrt{3})^2 - 2 \times 2\sqrt{3} \times 3 + 3^2 = 12 - 12\sqrt{3} + 9 = 21 - 12\sqrt{3}$

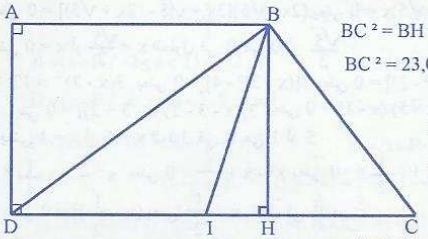
$b^2 = 21 + 12\sqrt{3}$ $\quad axb = (2\sqrt{3})^2 - 3^2 = 12 - 9 = 3$

(2) $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} = \frac{axa + bxb}{axb} = \frac{a^2 + b^2}{axb} = \frac{21 - 12\sqrt{3} + 21 + 12\sqrt{3}}{3} = \frac{42}{3} = 14$

تمرين (1) ABD مثلّث قائم في A اذن $BD^2 = AB^2 + AD^2 = 4{,}8^2 + 6{,}4^2$

اذن $BD^2 = 23{,}04 + 40{,}96 = 64$ ومنه $BD = \sqrt{64} = 8$

(2) الرّباعيّ ABHD له 3 زوايا قائمة فهو مستطيل ومنه $BH = AD = 4{,}8$



(3) المثلّث BHC قائم في H اذن $BC^2 = BH^2 + HC^2$

ومنه $BC^2 = 4{,}8^2 + 3{,}6^2$ اذن $BC^2 = 23{,}04 + 12{,}96 = 36$

اذن $BC = \sqrt{36} = 6$ وبالتّالي

(4) $BC^2 = 6^2 = 36$; $DC^2 = 10^2 = 100$

بما أنّ $36 + 64 = 100$ $\quad BD^2 = 8^2 = 64$

اذن $DC^2 = BC^2 + BD^2$ ومنه BDC مثلّث قائم في B

(5) بما أنّ BDC مثلّث قائم في B و I منتصف الوتر [DC] فإنّ $IB = ID = IC = \frac{10}{2} = 5$

الصفحة عدد 66

تمرين (1) $\sqrt{16 + 6\sqrt{7}}$ يساوي: ☐ $6 + \sqrt{7}$; ☒ $3 + \sqrt{7}$; ☐ $4 + 6\sqrt{7}$

(2) $(2\sqrt{3} + 3)^2$ يساوي: ☐ 21 ; ☐ $21 + 6\sqrt{3}$; ☒ $12\sqrt{3} + 21$

(3) $|3 - 2\sqrt{2}|$ يساوي: ☒ $3 - 2\sqrt{2}$; ☐ $-3 + 2\sqrt{2}$; ☐ $3 + 2\sqrt{2}$

(4) ☒ $2\sqrt{6}$ ☐ $4\sqrt{6}$ ☐ $2\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$

(5) ☒ $AB^2 = AH^2 + HB^2$; ☐ $HA = HB = HC$; ☐ $AH \times BC = AB \times AC$

تمرين (1) $a^2 = (3 + \sqrt{3})^2 = 3^2 + 2x3\sqrt{3} + \sqrt{3}^2 = 9 + 6\sqrt{3} + 3 = 12 + 6\sqrt{3}$

$b^2 = (2 + \sqrt{5})^2 = 2^2 + 2x2\sqrt{5} + \sqrt{5} = 4 + 4\sqrt{5} + 5 = 9 + 4\sqrt{5}$

(2) $(6\sqrt{3})^2 = 36x3 = 108$ و $(4\sqrt{5})^2 = 16x5 = 80$ بما أنّ $(4\sqrt{5})^2 < (6\sqrt{3})^2$ فإنّ $4\sqrt{5} < 6\sqrt{3}$

(3) نعلم أنّ $4\sqrt{5} < 6\sqrt{3}$ و $9 < 12$ اذن $9 + 4\sqrt{5} < 12 + 6\sqrt{3}$ ومنه $b^2 < a^2$

وبما أنّ a و b موجبان فإنّ $b < a$

(4) لدينا $\sqrt{3} = \frac{3}{\sqrt{3}}$ ونعلم أنّ $b < a$ اذن $\frac{1}{b} > \frac{1}{a}$ ($\frac{1}{a}$ و $\frac{1}{b}$ لهما نفس العلامة) ومنه $\sqrt{3}x\frac{1}{b} > \sqrt{3}x\frac{1}{a}$

اذن $\frac{3}{b\sqrt{3}} > \frac{\sqrt{3}}{a}$ وبالتّالي $\frac{3}{b\sqrt{3}} - \sqrt{3} > \frac{\sqrt{3}}{a} - \sqrt{3}$

الصفحة عدد 67

تمرين (1) مساحة ABCD هي : $x.(x + 4) = x^2 + 4x$

مساحة AED هي : $\frac{x\frac{x\sqrt{3}}{2}}{2} = x^2\frac{\sqrt{3}}{4}$

(3) مساحة ABCDE هي: $x^2 + 4x + \frac{x^2}{4}\sqrt{3} = x^2(1 + \frac{\sqrt{3}}{4}) + 4x$

تمرين (1) $A = \sqrt{2}^2 - 6x\sqrt{2} + 5 = 2 - 6\sqrt{2} + 5 = 7 - 6\sqrt{2}$

(2) $A = (x - 3)^2 - 4 = x^2 - 2x3x + 3^2 - 4 = x^2 - 6x + 9 - 4 = x^2 - 6x + 5$

(3) $A = (x - 3)^2 - 4 = (x^2 - 3)^2 - 2^2 = (x - 3 - 2)(x - 3 + 2) = (x - 5)(x - 1)$

(4) $B = (x - 5)^2 - 2(x - 5)(x - 1) = (x - 5)[(x - 5) - 2(x - 1)] = (x - 5)(x - 5 - 2x + 2) = (x - 5)(-x - 3)$

تمرين (1) بما أنّ ABC مثلّث متقايس الأضلاع و AH ارتفاع فإنّ $AH = \frac{6\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3}$

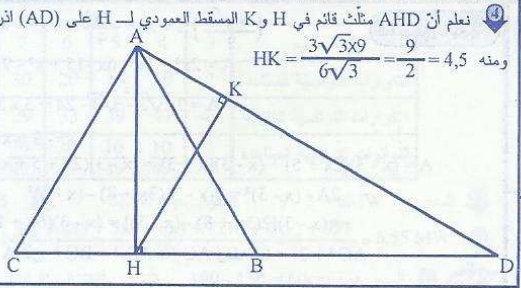
(2) بما أنّ B منتصف [CD] و $BD = BC = BA$ فإنّ ACD مثلّث قائم في A

(3) ACD مثلّث قائم في A اذن $AD^2 = CD^2 - AC^2$ ومنه $AD^2 = 12^2 - 6^2$

اذن $AD^2 = 144 - 36$ وبالتّالي $AD = \sqrt{108} = \sqrt{36x3} = 6\sqrt{3}$

(4) نعلم أنّ AHD مثلّث قائم في H و K المسقط العمودي لـ H على (AD) اذن $HK \times AD = AH \times HD$

ومنه $HK = \frac{3\sqrt{3}x9}{6\sqrt{3}} = \frac{9}{2} = 4{,}5$



الصفحة عدد 66

(1) $4x^5$ يساوي $2x^2 + x^2 + x$ ☒ خطأ

(2) $(a + b)^2$ يساوي $a^2 + b^2$ ☒ خطأ

(3) $(1 + \sqrt{6})^2$ يساوي $7 + 2\sqrt{6}$ ☒ صواب

(4) $a < b$ و $c < d$ اذن $a - c < b - d$ ☒ خطأ

(5) $a < b$ اذن $a + 3\sqrt{5} < b + 7$ ☒ خطأ

(6) لاحظ الرّسم حيث ABC مثلّث و I منتصف [BC] إذن: المثلّثان AIB و AIC لهما نفس المساحة. ☒ صواب

(7) [AB] قطر لدائرة ζ و H نقطة من ζ مخالفة لـ A و B اذن AHB قائم في H. ☒ صواب

تمرين (1) $E = 3(x^2 - 4x + 4) - (x^2 + 3x - 2x - 6)$

$= 3x^2 - 12x + 12 - x^2 - 3x + 2x + 6 = 2x^2 - 13x + 18$

(2) $E = 2(3 + \sqrt{2})^2 - 13(3 + \sqrt{2}) + 18 = 2(9 + 6\sqrt{2} + 2) - 39 - 13\sqrt{2} + 18$

$= 22 + 12\sqrt{2} - 21 - 13\sqrt{2} = 1 - \sqrt{2}$

(3) $E = 3(x - 2)^2 - (x - 2)(x + 3) = (x - 2)[3(x - 2) - (x + 3)]$

$= (x - 2)(3x - 6 - x - 3) = (x - 2)(2x - 9)$

(4) $E = |(x - 2)(2x - 9)| = |x - 2|x|2x - 9| = 3x4 = 12$

تمرين (1) مساحة المستطيل ABCD: $(4 + 2x)(x + 3) = 4x + 12 + 2x^2 + 6x = 2x^2 + 10x + 12$

الصفحة عدد 68

(2) أ – مساحة المثلّث RBO هي : $\frac{4x}{2} = 2x$

ب – مساحة AIR هي: $\frac{3 \times 2x}{2} = 3x$

ج – مساحة OCDI هي: $\frac{(3 + x)(2x + 4)}{2} = \frac{6x + 12 + 2x^2 + 4x}{2} = \frac{2x^2 + 10x + 12}{2} = \frac{2(x^2 + 5x + 6)}{2}$

$= x^2 + 5x + 6$

(3) مساحة المثلّث ROI:

$2x^2 + 10x + 12 - (x^2 + 5x + 6 + 2x + 3x) = 2x^2 + 10x + 12 - (x^2 + 10x + 6)$

$= 2x^2 + 10x + 12 - x^2 - 10x - 6 = x^2 + 6$

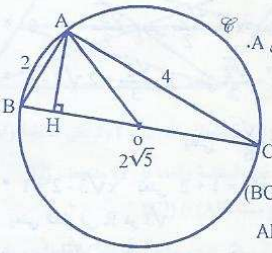
تمرين (1) $(4\sqrt{5})^2 = 16x5 = 80$ و $9^2 = 81$ اذن $9 < 5\sqrt{5}$ ومنه $4 < 5\sqrt{5}$ ومنه $(4\sqrt{5} - 9) > 0$ اذن b هو موجب.

(2) $(2\sqrt{5} - 1)^2 - 12 = (2\sqrt{5})^2 - 2x2\sqrt{5} + 1^2 - 12 = 4x5 - 4\sqrt{5} + 1 - 12$

$= 20 - 4\sqrt{5} - 11 = 9 - 4\sqrt{5} = b$

(3) بما أنّ $b \in \mathbb{R}_+$ فإنّ $(2\sqrt{5} - 1)^2 > 12$ ومنه $2\sqrt{5} - 1 > \sqrt{12}$

اذن $2\sqrt{5} - 1 > 2\sqrt{3}$



تمرين (1) بما أنّ [BC] قطر لـ $\mathscr{C}$ و $A \in \mathscr{C}$ فإنّ ABC مثلّث قائم في A.

(2) بما أنّ ABC قائم في A فإنّ: $AC^2 + AB^2 = BC^2$

ومنه $AC^2 = 20 - 4 = 16$ وبالتّالي $2^2 + AC^2 = (2\sqrt{5})^2$

اذن $AC = \sqrt{16} = 4$

(3) بما أنّ ABC مثلّث قائم في A و H المسقط العموديّ لـ A على (BC)

اذن $AHxBC = ABxAC$ ومنه $AH = \frac{2x4}{2\sqrt{5}}$ ومنه $AH = \frac{4}{\sqrt{5}} = \frac{4\sqrt{5}}{5}$

المثلّث OHA قائم في H اذن $OH^2 + HA^2 = OA^2$

وبالتّالي $OH^2 = 5 - \frac{16}{5} = \frac{9}{5}$ اذن $OH = \sqrt{\frac{9}{5}} = \frac{3}{\sqrt{5}} = \frac{3\sqrt{5}}{5}$ وبالتّالي

الصفحة عدد 69

تمرين (1) $(3 - 5\sqrt{2})^2$ هو عدد سالب ☒ خطأ ; $(\frac{\sqrt{5} + 1}{2})^2 = \frac{\sqrt{5} + 3}{2}$ ☒ صواب

(2) $\sqrt{14 + 6\sqrt{5}} = (3 + \sqrt{5})$ ☒ صواب ; $\frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$ ☒ صواب

(3) $\frac{\sqrt{5} + 5}{\sqrt{5}} = 1 + \sqrt{5}$ ☒ صواب ; $\frac{\sqrt{5} + 5}{\sqrt{5}} < 2 + \sqrt{5}$ ☒ صواب

(4) A و B و C و O أربعة نقاط حيث $OC = OA = OB$ إذن ABC قائم : ☒ خطأ

تمرين (1) $4^2 = 16$ و $(2\sqrt{5})^2 = 20$ اذن $4 < 2\sqrt{5}$

(2) $(2\sqrt{5} - 4)^2 = (2\sqrt{5})^2 - 2\sqrt{5}x4x2 + 4^2 = 20 - 16\sqrt{5} + 16 = 36 - 16\sqrt{5}$

(3) $x = \sqrt{36 - 16\sqrt{5}} = \sqrt{(2\sqrt{5} - 4)^2} = |2\sqrt{5} - 4| = 2\sqrt{5} - 4$

(4) أ – $xy = (2\sqrt{5} - 4)(\sqrt{5} - 1) = 10 - 2\sqrt{5} - 4\sqrt{5} + 4 = 14 - 6\sqrt{5}$

ب – $(x - y)^2 = xy$ اذن $(x - y)^2 = (2\sqrt{5} - 4 - \sqrt{5} + 1)^2 = (\sqrt{5} - 3)^2 = 5 - 6\sqrt{5} + 9 = 14 - 6\sqrt{5}$

ج – استنتج $\frac{1}{x} - \frac{1}{y} = \frac{y - x}{xy} = \frac{y - x}{(x - y)^2} = \frac{y - x}{(y - x)^2} = \frac{1}{y - x}$

www.jawhara-soft.com

الصفحة عدد 70

المساحة المطلوبة: $\left(\frac{x\sqrt{2}}{2}\right)^2\pi - x^2 = \frac{2x^2}{4}\pi - x^2 = x^2(\frac{\pi}{2} - 1)$

تمرين

1) $A = 2x^2 + 5x - 6x - 15 + x^2 - 9 = 3x^2 - x - 24$

2) $A = 3x\sqrt{3} - \sqrt{3} - 24 = 3\times 3 - \sqrt{3} - 24 = -\sqrt{3} - 15$

3) $x^2 - 9 = x^2 - 3^2 = (x - 3)(x + 3)$

$A = (x - 3)(2x + 5) + (x - 3)(x + 3) = (x - 3)(2x + 5 + x + 3) = (x - 3)(3x + 8)$

4) $2A - (x - 3)^2 = 2(x - 3)(3x + 8) - (x - 3)^2$

$= (x - 3)[2(3x + 8) - (x - 3)] = (x - 3)(6x + 16 - x + 3) = (x - 3)(5x + 19)$

تمرين

1) ABC مثلّث قائم في A اذن $AC^2 + AB^2 = BC^2$ ومنه $AC^2 + 2^2 = 6^2$

اذن $AC^2 = 36 - 4 = 32$ وبالتّالي $AC = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$

2) $BD = 8 - 2 = 6$ ونعلم أنّ B منتصف [DE] و $BE = BD = BC$ اذن

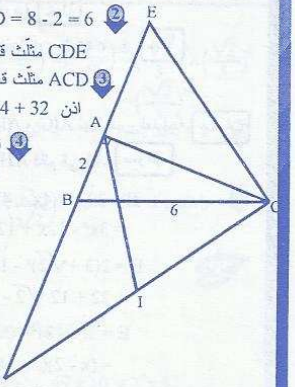
CDE مثلّث قائم في C

3) ACD مثلّث قائم في A اذن $CD^2 = AD^2 + AC^2$ ومنه $CD^2 = 8^2 + (4\sqrt{2})^2$

اذن $CD^2 = 64 + 32$ وبالتّالي $CD = \sqrt{96}$ اذن $CD = \sqrt{16\times 6} = 4\sqrt{6}$

4) نعلم أنّ ACD مثلّث قائم في A و I منتصف [CD]

اذن $AI = \frac{CD}{2} = \frac{4\sqrt{6}}{2} = 2\sqrt{6}$



الصفحة عدد 71

تمرين

$4x + 6 = 2x + 10$ يعني $4x - 2x = 10 - 6$ يعني $2x = 4$ يعني $x = 2$

* $2x - 5 = x$ يعني $2x - x = 5$ يعني $x = 5$ يعني الحلّ في R هو 5

* $3(2x - 1) = 1 - 2x$ يعني $6x - 3 = 1 - 2x$ يعني $6x + 2x = 1 + 3$ يعني $8x = 4$

يعني $x = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$ يعني الحل في R هو $\frac{1}{2}$

* $x - 3(2 - x) = 3 - 2(3x - 2)$ يعني $x - 6 + 3x = 3 - 6x + 4$ يعني $4x - 6 = 7 - 6x$

يعني $6 + 4x = 7 + 6x$ يعني $10x = 13$ يعني $x = \frac{13}{10}$ يعني الحل في R هو $\frac{13}{10}$

* $\frac{x}{3} - 3 = x + \frac{3}{2}$ يعني $\frac{x}{3} - \frac{3x}{3} = \frac{3}{2} + \frac{6}{2}$ يعني $\frac{x}{3} - x = \frac{3}{2} + 3$

يعني $-\frac{2}{3}x = \frac{9}{2}$ يعني $x = \frac{9}{2}\times\frac{3}{-2}$ يعني $x = \frac{-27}{4}$ الحلّ في R هو $\frac{-27}{4}$

* $\frac{x - 3}{2} = \frac{2x - 1}{3}$ يعني $3(x - 3) = 2(2x - 1)$ يعني $3x - 9 = 4x - 2$

يعني $9 - 2 = 4x - 3x$ يعني $7 = x$ يعني $-7 = -x$ يعني الحلّ في R هو (-7)

* $\frac{\sqrt{3}}{2} - x = 0$ يعني $\frac{\sqrt{3}}{2} = x$ يعني $-\frac{\sqrt{3}}{2} = -x$ يعني الحلّ في R هو $\frac{\sqrt{3}}{2}$

* $x - \frac{\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2} - x$ يعني $x + x = 2\sqrt{2} + \frac{\sqrt{2}}{3}$ يعني $2x = \frac{6\sqrt{2}}{3} + \frac{\sqrt{2}}{3}$ يعني $2x = \frac{7\sqrt{2}}{3}$

يعني $x = \frac{\frac{7\sqrt{2}}{3}}{2} = \frac{7\sqrt{2}}{6}$ يعني الحلّ في R هو $\frac{7\sqrt{2}}{6}$

* $x\sqrt{3} - 2 = 1$ يعني $x\sqrt{3} = 1 + 2$ يعني $x\sqrt{3} = 3$ يعني $x = \frac{3}{\sqrt{3}}$ يعني $x = \sqrt{3}$

يعني الحلّ في R هو $\sqrt{3}$

* $x - \sqrt{2}x = 1 + \sqrt{2}$ يعني $x - \sqrt{2}x = \sqrt{2}x + 1$ يعني $x(1 - \sqrt{2}) = 1 + \sqrt{2}$

يعني $x = \frac{1 + \sqrt{2}}{1 - \sqrt{2}}$ يعني الحلّ في R هو $\frac{1 + \sqrt{2}}{1 - \sqrt{2}}$

الصفحة عدد 72

* $3x - \pi = \pi + x$ يعني $3x - x = \pi + \pi$ يعني $2x = 2\pi$ يعني $x = \pi$

* $2\sqrt{3}x - \sqrt{3}x = 3\sqrt{2} - \sqrt{2}$ يعني $\sqrt{3}x - \sqrt{2} = \sqrt{2}(3 - \sqrt{6}x)$ يعني $\sqrt{3}x - \sqrt{2} = 3\sqrt{2} - \sqrt{6}x\sqrt{2}$

يعني $\sqrt{3}x + \sqrt{6}x\sqrt{2} = 3\sqrt{2} + \sqrt{2}$ يعني $\sqrt{3}x + 2\sqrt{3} = 4\sqrt{2}$ يعني $\sqrt{3}x = 2\sqrt{2}$

يعني $x = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$ يعني الحلّ في R هو $\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$

تمرين

$A = x^2 - 9 = x^2 - 3^2 = (x - 3)(x + 3)$

$B = x^2 - 6x + 9 = x^2 - 2\times 3\times x + 3^2 = (x - 3)^2$

$C = x^2 - x = x(x - 1)$

$D = (x - 2)^2 - 9 = (x - 2)^2 - 3^2 = (x - 2 - 3)(x - 2 + 3) = (x - 5)(x + 1)$

$E = (2x - 3)^2 - x^2 = (2x - 3 - x)(2x - 3 + x) = (x - 3)(3x - 3) = 3(x - 3)(x - 1)$

$F = (3x - 5)^2 - (x - 1)^2 = [3x - 5 - (x - 1)][3x - 5 + x - 1]$

$= (3x - 5 - x + 1)(4x - 6) = (2x - 4)(4x - 6) = 4(x - 2)(2x - 3)$

تمرين

1) $(x + 5)(x - 3) = x^2 - 3x + 5x - 15 = x^2 + 2x - 15$

2) $(x + 2)x = 15$ يعني $x^2 + 2x - 15 = 0$ يعني $(x + 5)(x - 3) = 0$ يعني $x - 3 = 0$ أو $x + 5 = 0$

يعني $x = 3$ أو $x = -5$ وبما أنّ $x \in \mathbb{R}_+$ فإنّ $x = 3$

الصفحة عدد 73

* $(x - 2)^2 = 4$ يعني $(x - 2)^2 - 2^2 = 0$ يعني $(x - 2 - 2)(x - 2 + 2) = 0$

يعني $x(x - 4) = 0$ يعني $x = 0$ أو $x = 4$ الحلول في R هي 0 أو 4

* $x^2 = 2x - 1$ يعني $x^2 - 2x + 1 = 0$ يعني $(x - 1)^2 = 0$ يعني $x - 1 = 0$ يعني $x = 1$ الحلّ في R هو 1

* $9x^2 = 4$ يعني $(3x)^2 - 2^2 = 0$ يعني $(3x - 2)(3x + 2) = 0$

يعني $3x + 2 = 0$ أو $3x - 2 = 0$ يعني $x = \frac{-2}{3}$ أو $x = \frac{2}{3}$ الحلول في R هي $\frac{-2}{3}$ أو $\frac{2}{3}$

* $(x - 2)^2 - 8 = 2x^2$ يعني $(x - 2)^2 - 2(x^2 - 4) = 0$ يعني $(x - 2)^2 - 2(x - 2)(x + 2) = 0$

يعني $(x - 2)[x - 2 - 2(x + 2)] = 0$ يعني $(x - 2)(x - 2 - 2x - 4) = 0$ يعني $(x - 2)(-x - 6) = 0$

يعني $-x - 6 = 0$ أو $x - 2 = 0$ يعني $x = -6$ أو $x = 2$ الحلول في R هي -6 أو 2

* $(x - 5)^2 = 1$ يعني $(x - 5)^2 - 1^2 = 0$ يعني $(x - 5 + 1)(x - 5 - 1) = 0$ يعني $(x - 4)(x - 6) = 0$

يعني $x - 4 = 0$ أو $x - 6 = 0$ يعني $x = 4$ أو $x = 6$ الحلول في R هي 4 أو 6

* $(2x - \sqrt{5})(3x + \sqrt{5}) - (2x - \sqrt{5})(2x + \sqrt{5}) = (4x^2 - 5)$ يعني $(2x - \sqrt{5})(3x + \sqrt{5}) - (2x - \sqrt{5})(2x + \sqrt{5}) = 0$

يعني $(2x - \sqrt{5})[3x + \sqrt{5} - (2x + \sqrt{5})] = 0$ يعني $(2x - \sqrt{5})x = 0$

يعني $x = 0$ أو $x = \frac{\sqrt{5}}{2}$ الحلول في R هي 0 أو $\frac{\sqrt{5}}{2}$

* $3(x - 3)^2 = 12$ يعني $3[(x - 3)^2 - 4] = 0$ يعني $3[(x - 3)^2 - 2^2] = 0$

يعني $3[(x - 3 - 2)(x - 3 + 2)] = 0$ يعني $(x - 5)(x - 1) = 0$

يعني $x = 1$ أو $x = 5$ الحلول في R هي 1 أو 5

* $x^2 - x = 0$ يعني $x^2 - x + \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$ يعني $x^2 - 2x\frac{1}{2}x + (\frac{1}{2})^2 = \frac{1}{4}$

يعني $(x - \frac{1}{2})^2 = 0$ يعني $x = \frac{1}{2}$ الحلّ في R هو $\frac{1}{2}$

تمرين

1) $A = (\frac{1}{2})^2 - 6x\frac{1}{2} + \frac{27}{4} = \frac{1}{4} - 3 + \frac{27}{4} = \frac{28}{4} - 3 = 7 - 3 = 4$

2) $(x - 3)^2 = x^2 - 2\times 3\times x + 3^2 = x^2 - 6x + 9$

3) $A = (x - 3)^2 - \frac{9}{4} = x^2 - 6x + 9 - \frac{9}{4} = x^2 - 6x + \frac{36}{4} - \frac{9}{4} = x^2 - 6x + \frac{27}{4}$

الصفحة عدد 74

4) $A = (x - 3)^2 - \frac{9}{4} = (x - 3)^2 - (\frac{3}{2})^2 = (x - 3 - \frac{3}{2})(x - 3 + \frac{3}{2})$

$= (x - \frac{6}{2} - \frac{3}{2})(x - \frac{6}{2} + \frac{3}{2}) = (x - \frac{9}{2})(x - \frac{3}{2})$

5) $A = 0$ يعني $x^2 - 6x + \frac{27}{4} = 0$ يعني $x^2 = 6x - \frac{27}{4}$ يعني $(x - \frac{9}{2})(x - \frac{3}{2})$

يعني $x - \frac{3}{2} = 0$ أو $x - \frac{9}{2} = 0$ يعني $x = \frac{3}{2}$ أو $x = \frac{9}{2}$ الحلول في R هي $\frac{3}{2}$ أو $\frac{9}{2}$

تمرين

$x(x + 8) = 48$ يعني $x^2 + 8x - 48 = 0$ يعني $x^2 + 2x4x + 16 - 64 = 0$

يعني $(x + 4)^2 - 8^2 = 0$ يعني $(x + 4 + 8)(x + 4 - 8) = 0$ يعني $(x + 12)(x - 4) = 0$

يعني $x = -12$ أو $x = 4$ بما أنّ $x \in \mathbb{R}_+$ فإنّ $x = 4$ اذن البعدان هما 4 و 12

تمرين

$x^2 = x^2$ يعني $x^2 = (6 - x)(4 - x)$ يعني $x^2 = x^2 - 4x - 6x + 24$ يعني $0 = -10x + 24$ يعني $10x = 24$

يعني $x = \frac{24}{10} = 2,4$ اذن $x = 2,4cm$

تمرين

x هو نصيب الثّاني اذن 2x هو نصيب الأوّل و $x + 500$ هو نصيب الثّالث $2x - (x + 500) = 3500$

يعني $2x - x - 500 = 3500$ يعني $x = 4000$ اذن نصيب الثّاني هو 4000 مي.

الصفحة عدد 75

تمرين

1) $x \in [2; \frac{7}{2}]$ ومنه $2 \le 3x \le \frac{7}{2}$ اذن $3x\frac{2}{3} \le 3x \le 3x\frac{7}{6}$ اذن $\frac{2}{3} \le x \le \frac{7}{6}$

2) $\frac{3}{3} \le x + \frac{1}{3} \le \frac{7}{6} + \frac{2}{6}$ اذن $\frac{2}{3} + \frac{1}{3} \le x + \frac{1}{3} \le \frac{7}{6} + \frac{1}{3}$ اذن $\frac{2}{3} \le x \le \frac{7}{6}$

ومنه $1 \le x + \frac{1}{3} \le \frac{3}{2}$

3) $-\frac{7}{2} + \frac{1}{2} \le \frac{1}{2} - 3x \le \frac{1}{2} + (-2)$ اذن $-2 \le -3x \le -\frac{7}{2}$ اذن $2 \le 3x \le \frac{7}{2}$

ومنه $-\frac{3}{2} \le -3x \le -\frac{1}{2} - 3$

تمرين

1) مدى حصر a هو: $\frac{3\sqrt{2}}{2} - \sqrt{2} = \frac{3\sqrt{2}}{2} - \frac{2\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$; مدى حصر b هو: $\frac{\sqrt{2}}{8} - \frac{-\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{8} + \frac{4\sqrt{2}}{8} = \frac{5\sqrt{2}}{8}$

2) $-\frac{\sqrt{2}}{2} + \sqrt{2} \le a + b \le \frac{\sqrt{2}}{8} + \frac{3\sqrt{2}}{2}$ يعني $\frac{\sqrt{2}}{2} \le a + b \le \frac{13\sqrt{2}}{8}$

3) $\sqrt{2} + \frac{-\sqrt{2}}{8} \le a + (-b) \le \frac{3\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}$ اذن $\frac{7\sqrt{2}}{8} \le a - b \le 2\sqrt{2}$

يعني $-\frac{\sqrt{2}}{8} \le -b \le \frac{\sqrt{2}}{2}$

4) $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$ اذن $\frac{\sqrt{2}}{2}x\frac{7\sqrt{2}}{8} \le (a - b)(a + b) \le \frac{13\sqrt{2}}{8}x2\sqrt{2}$ اذن $\frac{7}{8} \le a^2 - b^2 \le \frac{13}{2}$

5) $(\sqrt{2})^2 \le a^2 \le \left(\frac{3\sqrt{2}}{2}\right)^2$ ومنه $2 \le a^2 \le \frac{18}{4}$ اذن $2 \le a^2 \le \frac{9}{2}$

6) $\sqrt{2}x\frac{\sqrt{2}}{2} \le a(a + b) \le \frac{3\sqrt{2}}{2}x\frac{13\sqrt{2}}{8}$ اذن $1 \le a(a + b) \le \frac{39}{8}$

www.jawhara-soft.com

الصفحة عدد 76

⑦ نعلم أنّ $a(a+b) = a^2 + ab$ اذن $axb = ax(a+b) - a^2$

⑧ $-2 \le -a^2 \le \frac{-9}{2}$; $\frac{39}{8} \le ax(a+b) \le 2$ اذن $\frac{39}{8} - 2 \le a(a+b) - a^2 \le \frac{-9}{2} + 1$ ومنه $\frac{-7}{2} \le ab \le \frac{23}{8}$

تمرين 1 نعلم أنّ $2 \le x \le 3$ اذن $\frac{-1}{2} \le -\frac{1}{x+1} \le \frac{-1}{3}$ ومنه $\frac{1}{2} \le x+1 \le 3$

وبما أنّ $0 \notin [\frac{1}{2}, 3]$ فإنّ $x+1 \neq 0$

② أ - $A = \frac{x-1}{x+1} = \frac{x+1}{x+1} - \frac{2}{x+1} = 1 - \frac{2}{x+1}$

ب - $\frac{1}{2} \le x+1 \le 3$ اذن $\frac{1}{3} \le \frac{1}{x+1} \le \frac{1}{2}$ ومنه $-2 \le -\frac{1}{x+1} \le -\frac{1}{3}$

ج - نعلم أنّ $-2 \le -\frac{1}{x+1} \le -\frac{1}{3}$ اذن $-4 \le -\frac{2}{x+1} \le -\frac{2}{3}$ اذن $-3 \le A \le \frac{1}{3}$ ومنه $1 \le 1 - \frac{2}{x+1} \le \frac{1}{3}$

تمرين 2 لنا $-2 \le b \le -\sqrt{3}$ و $\sqrt{2} \le a \le \sqrt{3}$ اذن $-3\sqrt{3} \le -ab \le -2\sqrt{2}$ ومنه $2\sqrt{2} \le ab \le 3\sqrt{3}$

② لنا $-\frac{1}{3} \le \frac{-1}{b} \le -\frac{1}{2}$ و $\sqrt{3} \le a \le \sqrt{2}$ اذن $\frac{\sqrt{3}}{2} \le \frac{-a}{b} \le \frac{\sqrt{2}}{3}$ ومنه $-\frac{\sqrt{2}}{3} \le \frac{a}{b} \le -\frac{\sqrt{3}}{2}$

الصفحة عدد 77

تمرين 1 نعلم أنّ $-2 \le y \le 2$ اذن $|y| \le 2$ وبما أنّ $|x| \le \frac{\sqrt{3}}{2}$ فإنّ $|x||y| \le \frac{\sqrt{3}}{2} \times 2$ و $|xy| \le \sqrt{3}$

اذن $-\sqrt{3} \le xy \le \sqrt{3}$

② $H = (x-y)(x+y) = x^2 - y^2$

③ $|x| \le \frac{\sqrt{3}}{2}$ اذن $|x|^2 \le \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2$ ومنه $0 \le x^2 \le \frac{3}{4}$

$|y| \le 2$ اذن $0 \le y^2 \le 4$ ومنه $-4 \le -y^2 \le 0$ وبالتّالي $-4 \le H \le \frac{3}{4}$

تمرين 2 ① $A = \{x \in \mathbb{R} / -1 \le x \le 3\} = [-1; 3]$

$B = \{x \in \mathbb{R} / -2 \le x < 1\} = [-2; 1[$

$C = \{x \in \mathbb{R} / x \le -2\} =]-\infty; -2]$

$D = \{x \in \mathbb{R} / x > -1\} =]-1; +\infty[$

$E = \{x \in \mathbb{R}- / x \ge -5\} = [-5; 0]$

$F = \{x \in \mathbb{R}- / |x| < 3\} =]-3; 0]$

$G = \{x \in \mathbb{R}- / |x| \ge \frac{1}{2}\} =]-\infty; -\frac{1}{2}]$

② * $A \cup B = [-2; 3]$ * $A \cap B = [-1; 1[$ * $D \cap G =]-1; -\frac{1}{2}]$

* $C \cap D = \varnothing$ * $B \cap]1; 2] = \varnothing$ * $D \cup G = \mathbb{R}$

الصفحة عدد 78

تمرين 1 * $1 \le -\frac{5}{3} + x \le \frac{8}{3}$ يعني $\frac{5}{3} \le x \le \frac{8}{3}$ اذن الحلّ في $\mathbb{R}$ هو $]-\infty; \frac{8}{3}]$

* $5 > -2x > 3$ يعني $3 < -2x < 5$ يعني $2 < -2x < 3$ يعني $-1 < x < 1$ اذن الحلّ في $\mathbb{R}$ هو $]-1; +\infty[$

* $x - \sqrt{2} > 2\sqrt{2}$ يعني $2x - 2\sqrt{2} > \sqrt{2}$ يعني $2x + x > 2\sqrt{2} + \sqrt{2}$ يعني $3x > 3\sqrt{2}$ يعني $x > \sqrt{2}$

اذن الحلّ في $\mathbb{R}$ هو $]\sqrt{2}; +\infty[$

* $x^2 + 3 \le (-3)^2$ يعني $x^2 + 3 \le x^2 + 6x + 9$ يعني $9 - 3 \le -6x$ يعني $-6x \le 6$

يعني $x \ge -1$ اذن الحلّ في $\mathbb{R}$ هو $[-1; +\infty[$

تمرين 2 ② * $|x| - \frac{3}{2} < 2$ يعني $|x| < 2 + \frac{3}{2}$ يعني $|x| < \frac{7}{2}$ يعني $x \in]-\frac{7}{2}; \frac{7}{2}[$

* $|x| - 1 \le 3$ يعني $-3 \le x - 1 \le 3$ يعني $-2 \le x \le 4$ اذن $x \in [-2; 4]$

* $|3 - 2x| < 1$ يعني $-1 < 3 - 2x < 1$ يعني $-4 < -2x < -2$ يعني $2 < 2x < 4$ يعني $1 < x < 2$ اذن $x \in]1; 2[$

* $|x| - 3 > 2$ يعني $|x| > 5$ يعني $x \in]-\infty; -5[\cup]5; +\infty[$

* $-1 < 3x + 1 < 2$ يعني $-2 < 3x < 1$ يعني $-\frac{2}{3} < x < \frac{1}{3}$ اذن $x \in]-\frac{2}{3}; \frac{1}{3}[$

* $x - 6 < -x - 5$ يعني $-x + x < 5 - 6$ يعني $0 < -1$ اذن $x \in \mathbb{R}$

* $x + 2 < x + 3$ يعني $x - x < 3 - 2$ يعني $0 < 1$ اذن $x \in \varnothing$

تمرين 3 ① $x \in]0; 6[$

② $2 \times \frac{(6-x)\times 4}{2} \ge \frac{(x+6)\times 4}{2}$ يعني $12 - 2x \ge 2x + 6$ يعني $6 \ge 4x$ يعني $x \le 2$

اذن $x \in]-\infty; 2]$ ونعلم أن $x \in]0; 6]$ اذن المجال هو $]2; 6]$

الصفحة عدد 79

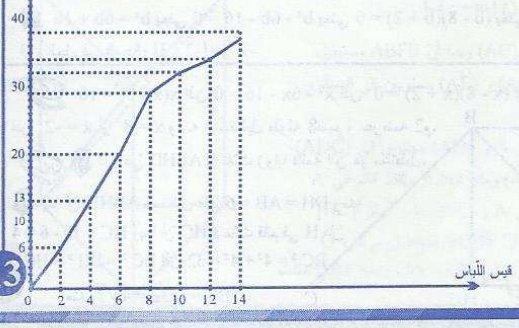
تمرين 1

قيس اللّباس	2	4	6	8	10	12	14
التّكرارات الصّاعدة	6	7	7	9	3	2	4
التّكرارات التّراكميّة الصّاعدة	6	13	20	29	32	34	38

② المدى هو: $14 - 2 = 12$ المنوال هو 8

③ $\frac{38}{2} = 19$ موافق لـ 6 و $20 - 1 = 19$ موافق لـ 6 اذن الموسّط هو $\frac{6+6}{2} = 6$

④



الصفحة عدد 79

تمرين 1

القيم	3	4	5	6	7	8	9
التّكرارات التّراكميّة الصّاعدة	2	10	16	20	30	42	49
التّكرارات التّراكميّة النّازلة	49	47	39	33	29	19	7
التّواترات التّراكميّة الصّاعدة	$\frac{2}{49}$	$\frac{10}{49}$	$\frac{16}{49}$	$\frac{20}{49}$	$\frac{30}{49}$	$\frac{42}{49}$	1

② المدى هو: $9 - 3 = 6MW$ المنوال هو: $8MW$

③ $\frac{3x2 + 4x8 + 5x6 + 6x4 + 7x10 + 8x12 + 9x7}{49} = 6,55\ MW$

④ $\frac{49+1}{2} = 25$ موافق لـ 7 ميغاوات.

تمرين 2 ① المدى هو: $190 - 130 = 60cm$ الفئة المنوالية هي: $[150 ; 160[$

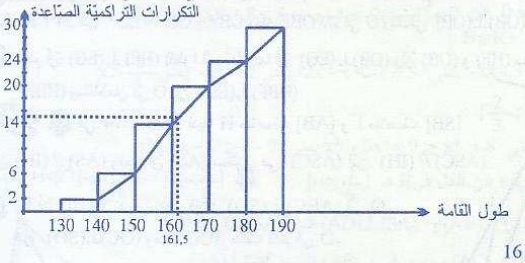
الصفحة عدد 80

② $\frac{2x135 + 4x145 + 8x155 + 6x165 + 4x175 + 6x185}{30} = 162,66\ cm$

③

الفئة	[130;140[	[140;150[	[150;160[	[160;170[	[170;180[	[180;190[
التّكرارات التّراكميّة الصّاعدة	2	6	14	20	24	30

④

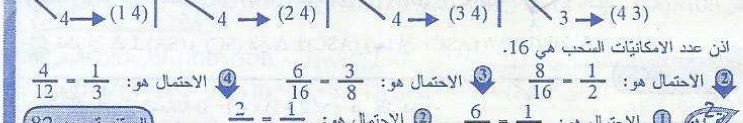


⑤ اذن الموسّط هو: 161,5

⑥ تفسير ارتفاع الموسّط في الفترة الثّانية هو أنّ التّلاميذ أصبحو أطول قامة من الفترة الأولى.

الصفحة عدد 81

تمرين 1



اذن عدد الامكانيّات السّحب هي 16.

② الاحتمال هو: $\frac{8}{16} = \frac{1}{2}$ ③ الاحتمال هو: $\frac{6}{16} = \frac{3}{8}$ ④ الاحتمال هو: $\frac{4}{12} = \frac{1}{3}$

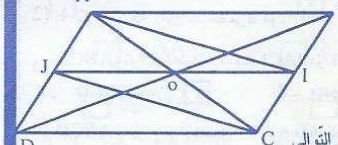
تمرين 2 ① الاحتمال هو: $\frac{6}{30} = \frac{1}{5}$ ② الاحتمال هو: $\frac{2}{30} = \frac{1}{15}$

الصفحة عدد 82

تمرين 1 ① في المثلّث BDC لدينا O منتصف [BD]

و I منتصف [BC] اذن (OI) // (DC)

و $OI = \frac{DC}{2}$ و نعلم أنّ $DC = 6$ اذن $OI = 3$ وبما أنّ $BC = 3$ فإنّ $OI = BC$



② في المثلّث ADC لدينا O و J منتصفا [AC] و [AD] على التّوالي

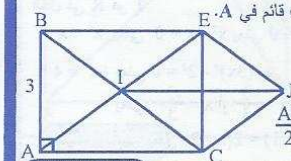
اذن (OJ) // (DC) و $OJ = \frac{DC}{2}$ ونعلم أنّ (OI) // (DC) اذن (OI) و(OJ) منطبقان ومنه O و I و J على استقامة واحدة

③ $OJ = \frac{DC}{2} = 3$ و $OI = 3$ اذن $OJ = OI$ وبما أنّ O و I و J على استقامة واحدة فإنّ O منتصف [IJ]

④ نعلم أنّ O منتصف [AC] و [IJ] اذن AICJ هو متوازي أضلاع ومنه (AI) // (CJ)

تمرين 2 ① نعلم أنّ I منتصف [BC] و [AE] اذن ABEC هو متوازي أضلاع وبما أنّ $\hat{BAC} = 90^0$ فإنّه مستطيل

② بما أنّ ABEC مستطيل فإنّ $BE = AC$. وبما أنّ ABC مثلّث قائم في A.



فإنّ $AC^2 = BC^2 - AB^2$ اذن $AC^2 = 25 - 9 = 16$

ومنه $AC = \sqrt{16} = 4$ وبالتّالي $BE = 4$

③ نعلم أنّ ABEC مستطيل مركزه I اذن $AE = BC$ ومنه $\frac{AE}{2} = \frac{BC}{2}$

اذن $IE = IC$ ونعلم أنّ IEJC متوازي أضلاع فإنّه معيّن.

الصفحة عدد 83

④ بما أنّ IEJC معيّن فإنّ (IJ)⊥(EC) ونعلم أنّ (EC)⊥(AC) اذن فإنّ (IJ) // (AC)

⑤ لنحسب IJ: نعلم أنّ (IJ) // (AC) و (JC) // (IE) اذن (AI) // (JC)

ومنه AIJC متوازي أضلاع اذن $IJ = AC = 4$

مساحة المعيّن IEJC هي: $\frac{3x4}{2} = 6cm^2$

تمرين 3 ① بما أنّ OAB مثلّث متقايس الأضلاع و H المسقط العموديّ لـ A على (OB) فإنّ $AH = \frac{4\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$

② بما أنّ [BC] هو قطر للدائرة ζ و A نقطة من ζ

فإنّ ABC مثلّث قائم في A.

③ $AC^2 = BC^2 - AB^2$ اذن $AC^2 = 64 - 16 = 48$

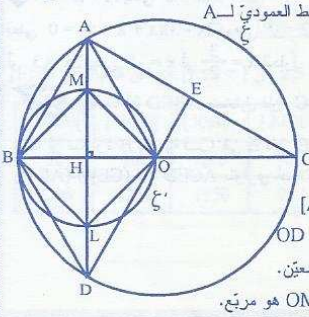
اذن $AC = \sqrt{48} = 4\sqrt{3}$

④ في المثلّث ABC لدينا O منتصف [BC] و E منتصف [AC]

اذن (OE) // (AB) ومنه (OD) // (AB) ونعلم أنّ $OD = AB = 4$

اذن OABD متوازي أضلاع وبما أنّ $AB = OA = 4$ فإنّه معيّن.

⑤ بما أنّ [OB] و [LM] قطران لـ ζ' ومتعامدان فإنّ OMBL هو مربّع.



www.jawhara-soft.com

الصفحة عدد 85

تمرين 1) نعلم أنّ ABCD شبه منحرف اذن (AB) // (DC) وبما أنّ (DC) محتوي في (HCG) فإنّ (AB) // (HCG)

2) نعلم أنّ (AB)⊥(AD) و (AB)⊥(AE) وبما أنّ (AD) و(AE) محتويان في المستوي (DHE)

ومتقاطعان في A فإنّ (AB)⊥(DHE)

3) بما أنّ (AB)⊥(DHE) في A و(AH) محتوي في (DHE) فإنّ (AB)⊥(AH) ومنه ABH مثلّث قائم في H.

4) نعلم أنّ (AE) // (DH) و(DH) محتوي في المستوي (HCG) اذن (AE) // (HCG)

5) نعلم أنّ (AB) // (DCH) و(AE) // (DCH) وبما أنّ (AB) و(AE) محتويان في المستوي(ABE) ومتقاطعان في A فإنّ (ABE) // (DCH)

تمرين 2) لنا (BF)⊥(FG) و (BF)⊥(EF) اذن (BF)⊥(EFG)

2) نعلم أنّ (BF)⊥(EFG) اذن (BF)⊥(OF) ومنه BOF مثلّث قائم في F.

3) اذن $OB^2 = OF^2 + FB^2$ ومنه $OB^2 = (2\sqrt{2})^2 + 4^2 = 8 + 16 = 24$ اذن $OB = \sqrt{24} = 2\sqrt{6}$

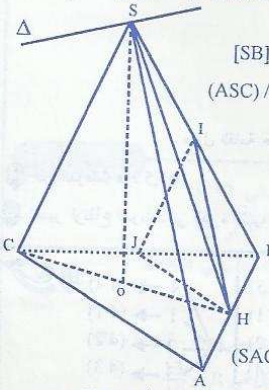
$EB = 4\sqrt{2}$ $OE = \frac{4\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2}$

الصفحة عدد 86

4) $OB^2 = 24$; $OE^2 = (2\sqrt{2})^2 = 8$; $EB^2 = (4\sqrt{2})^2 = 32$

$32 = 24 + 8$ اذن $EB^2 = OE^2 + OB^2$ ومنه OBE قائم في O وبالتّالي (OB)⊥(OE)

5) نعلم أنّ (EG)⊥(HF) (قطرا المربّع) وبما أنّ (EG)⊥(OB) وأنّ (OB) و (HF) محتويان في المستوي (HBF) ومتقاطعان في O فإنّ (EG)⊥(HBF)



تمرين 1) في المثلّث SAB لدينا H منتصف [AB] و I منتصف [SB]

اذن (IH) // (AS) ونعلم أنّ (AS) محتوي في (ASC) اذن (IH) // (ASC)

2) بما أنّ SABC هرم منتظم فإنّ: (SO)⊥(ABC) في O

اذن (SO)⊥(OC) ومنه SOC مثلّث قائم في O.

3) نعلم أنّ SOC مثلّث قائم في O اذن: $CO^2 + OS^2 = CS^2$

ومنه $CO^2 = 3^2 - \sqrt{6}^2 = 9 - 6 = 3$ اذن $CO = \sqrt{3}$

4) في المثلّث SBC لدينا I منتصف [BS] و J منتصف [BC]

اذن (IJ) // (SC) ومنه (IJ) // (ASC) وبما أنّ (IH) // (ASC)

وكذلك (IJ) و (IH) محتويان في (IHJ) ومتقاطعان فإنّ (IJH) // (SAC)

5) نعلم أنّ Δ⊥(SA) و (SC) اذن Δ⊥(ASC) وبما أنّ (ASC) // (IJH) فإنّ Δ⊥(HJI)

الصفحة عدد 87

تمرين 1) حلّ المعادلة $(\sqrt{2} - 1)x - 1 = 0$ في $\mathbb{R}$ هو:

أ- $\sqrt{2} - 1$ ☐ ب- $\sqrt{2} + 1$ ☒ ج- $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ☐

2) $-5 \le a \le -1$ اذن مدّ حصره a هو: أ- 4 ☒ ب- -4 ☐ ج- 6 ☐

3) ABCD متوازي أضلاع بحيث [AC] هو قطر لدائرة و A نقطة منها اذن:

أ- ABCD معيّن. ☐ ب- ABCD مربع. ☐ ج- ABCD مستطيل. ☒

4) ABCD معيّن بحيث $AB = AC = 4cm$ إذن مساحته S هي:

أ- $S = 16cm^2$ ☐ ب- $S = 4\sqrt{3}\ cm^2$ ☐ ج- $S = 8\sqrt{3}\ cm^2$ ☒

تمرين * $x + \sqrt{2} = \sqrt{2} + \sqrt{2}$ يعني $3x - x = \sqrt{2} + \sqrt{2}$ يعني $2x = 2\sqrt{2}$ يعني $x = \frac{2\sqrt{2}}{2}$ يعني $x = \sqrt{2}$

الحلّ في R هو $\sqrt{2}$

* $x\sqrt{3} + 2 = 2x + \sqrt{3}$ يعني $x\sqrt{3} - 2x = \sqrt{3} - 2$ يعني $x(\sqrt{3} - 2) = \sqrt{3} - 2$ يعني $x = \frac{\sqrt{3} - 2}{\sqrt{3} - 2} = 1$

الحلّ في R هو 1

* $x^2 = x$ يعني $x^2 - x = 0$ يعني $x(x - 1) = 0$ يعني $x = 0$ أو $x = 1$ الحلول في R هي 0 أو 1

* $4 = 9x^2$ يعني $0 = (3x)^2 - 2^2$ يعني $0 = (3x + 2)(3x - 2)$ يعني $3x + 2 = 0$ أو $3x - 2 = 0$

يعني $x = \frac{-2}{3}$ أو $x = \frac{2}{3}$ الحلول في R هي $\frac{2}{3}$ أو $\frac{-2}{3}$

* $\frac{x-2}{3} = \frac{x-1}{2}$ يعني $2(x - 2) = 3(x - 1)$ يعني $3x - 3 = 2x - 4$ يعني $3x - 2x = -4 + 3$

يعني $x = -1$ الحلّ في R هو -1

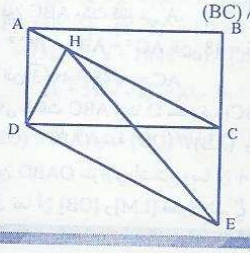
الصفحة عدد 88

تمرين 1) $B = 2x^2 - 3x = x(2x - 3)$ 2) $A = 2x^2 + x - 6 = 2x^2 + 4x - 3x - 6 = (2x - 3)(x + 2)$

3) $A + B = 0$ يعني $(2x - 3)x + (2x - 3)(x + 2) = 0$

يعني $(2x - 3)(x + 2 + x) = 0$ يعني $2x + 2 = 0$ أو $2x - 3 = 0$ يعني $2x = -2$

أو $2x = 3$ يعني $x = -1$ أو $x = \frac{3}{2}$ الحلول في R هي -1 أو $\frac{3}{2}$



تمرين 1) بما أنّ ABCD مستطيل فإنّ AD = BC و (AD) // (BC)

وبما أنّ مناظرة B بالنّسبة لـ C هي E فإنّ AD = CE

و (AD) // (CE) اذن ACED متوازي أضلاع.

2) لنحسب AC: لنا ADC مثلّث قائم في D اذن $AC^2 = AD^2 + DC^2$ ومنه $AC^2 = 3^2 + 6^2$

اذن $AD^2 = 9 + 36 = 45$ اذن $AC = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$ وبما أنّ ACED متوازي أضلاع فإنّ $DE = AC = 3\sqrt{5}$

3) في المثلّث ADC لدينا H المسقط العموديّ لـ D على (AC) اذن DH×AC = AD×DC

ومنه $DH = \frac{3x6}{3\sqrt{5}} = \frac{6}{\sqrt{5}}$

4) نعلم أنّ ACED متوازي أضلاع اذن (AC) // (DE) وبما أنّ (DH)⊥(AC) فإنّ (DH)⊥(DE)

ومنه DHE مثلّث قائم في D اذن $HE^2 = DH^2 + DE^2$ اذن $HE^2 = (\frac{6}{\sqrt{5}})^2 + (3\sqrt{5})^2$

اذن $HE^2 = \frac{36}{5} + \frac{225}{5}$ $HE = \sqrt{\frac{261}{5}} = \frac{3\sqrt{29}}{\sqrt{5}}$

الصفحة عدد 89

تمرين 1) 1) $\frac{x^2}{4} = \frac{3}{2}$ يعني $x = 6$ خطأ

2) $x(3 - \sqrt{2}) = 1$ يعني $x = 3 + \sqrt{2}$ خطأ

3) $(x - \sqrt{2})(x + \sqrt{2}) = 1$ يعني $x = \sqrt{2}$ أو $x = -\sqrt{2}$ خطأ

4) ABCD معيّن بحيث $D\hat{A}B = A\hat{B}C$ اذن هو مربع. صواب

5) ABCD مستطيل مساحته 25 صنتمتر مربع اذن هو مربع. خطأ

6) ABCD مربع صول قطره $\sqrt{6} + 2$ اذن طول ضلعه $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ صواب

تمرين $x^2 = \frac{2x3}{2}$ يعني $x^2 = 3$

يعني $x^2 - 3 = 0$ يعني $x^2 - \sqrt{3}^2 = 0$ يعني $(x - \sqrt{3})(x + \sqrt{3}) = 0$

يعني $x - \sqrt{3} = 0$ أو $x + \sqrt{3} = 0$ يعني $x = \sqrt{3}$ أو $x = -\sqrt{3}$ اذن $x = \sqrt{3}$

* $3(2 - x) = x - 3$ يعني $3 - 3x = x - 3$ يعني $6 - 3x - x = -3$ يعني $-4x = -9$ يعني $x = \frac{9}{4}$

الحل في R هو $\frac{9}{4}$

* $(x + 2)^2 - x^2 - 3 = 0$ يعني $x^2 + 4x + 4 - x^2 - 3 = 0$ يعني $4x + 1 = 0$ يعني $x = -\frac{1}{4}$

الحلّ في R هو $\frac{-1}{4}$

* $x^2 - (1 - 3x)^2 = 0$ يعني $[x + 1 - 3x][x - (1 - 3x)] = 0$ يعني $(x - 1 + 3x)(-2x + 1) = 0$

يعني $(4x - 1)(-2x + 1) = 0$ يعني $-2x + 1 = 0$ أو $4x - 1 = 0$ يعني $x = \frac{1}{2}$ أو $x = \frac{1}{4}$

الحلول في R هي $\frac{1}{2}$ أو $\frac{1}{4}$

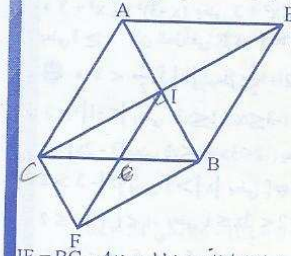
الصفحة عدد 90

* $x^2 - 2\sqrt{2}x + \sqrt{2}^2 = 0$ يعني $(x - \sqrt{2})^2 = 0$

يعني $x - \sqrt{2} = 0$ يعني $x = \sqrt{2}$ الحلّ في R هو $\sqrt{2}$

* $(x - 3)^2 = 2x - 6$ يعني $(x - 3)(x - 3 - 2) = 0$ يعني $(x - 3)^2 - 2(x - 3) = 0$

يعني $(x - 3)(x - 5) = 0$ يعني $x - 5 = 0$ أو $x - 3 = 0$ يعني $x = 5$ أو $x = 3$ الحلول في R هي 5 أو 3



تمرين 1) بما أنّ ABC مثلّث متقايس الأضلاع و I منتصف [AB]

فإنّ [CI] هو إرتفاع اذن $CI = \frac{4\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$

2) بما أنّ I منتصف [AB] و [CE] فإنّ AEBC متوازي أضلاع

وبما أنّ CB = CA فإنّه معيّن.

3) المساحة هي: $\frac{4\sqrt{3}x4}{2} = 8\sqrt{3}$

4) نعلم أنّ ICFB متوازي أضلاع وبما أنّ $B\hat{I}C = 90°$ (قطرا المعيّن متعامدان) فإنّه مستطيل ومنه IF = BC = 4

5) نعلم أنّ IE = IC و BF = IC اذن IE = BF وبما أنّ AEBC معيّن فإنّ EB = 4 اذن IF = EB

وبالتّالي IEBF متوازي أضلاع.

6) المساحة هي: $2x2\sqrt{3} = 4\sqrt{3}$

الصفحة عدد 91

تمرين 1) أ- ABCD مستطيل. ☐ ب- ABCD معيّن. ☒ ج- ABCD مربع. ☐

2) أ- مستطيل ☒ ب- مربع ☐ ج- معيّن ☐

3) أ- $-\frac{3}{5}$ ☐ ب- 1 ☐ ج- $\frac{3}{5}$ ☐ د- 0 ☒

4) أ- [-1, 3] ☒ ب- [-2, 4] ☐ ج- [-2, -1] ☐

تمرين 1) $3 \le b \le -2$ اذن $5 \le b+2 \le 0$ $-5 \le -b \le 8$ $-10 \le -b-8 \le -5$

2) أ- $(b - 3)^2 - 25 = b^2 - 6b + 9 - 25 = b^2 - 6b - 16$

ب- $H = (b - 3)^2 - 25 = (b - 3)^2 - 5^2 = (b - 3 - 5)(b - 3 + 5) = (b - 8)(b + 2)$

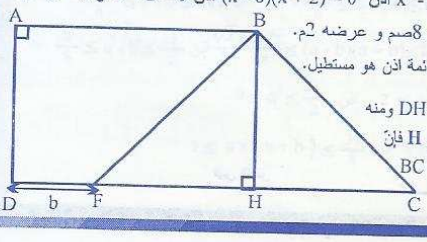
3) $b^2 = 6b + 16$ يعني $b^2 - 6b - 16 = 0$ يعني $(b - 8)(b + 2) = 0$ يعني $b = -2$ أو $b = 8$

اذن الحلّ في المجال [3 ; -2] هو -2

الصفحة عدد 92

تمرين 1) $x(x - 6) = 16$ اذن $x^2 - 6x - 16 = 0$ اذن $(x - 8)(x + 2) = 0$ اذن $x + 2 = 0$ أو $x - 8 = 0$

اذن $x = -2$ أو $x = 8$ ومنه المستطيل طوله 8صم و عرضه 2صم.



تمرين 1) الرّباعيّ ABHD له ثلاث زوايا قائمة اذن هو مستطيل.

2) بما أنّ ABHD مستطيل فإنّ DH = AB = 6 ومنه

وبما أنّ BHC مثلّث قائم في H فإنّ $HC = 10 - 6 = 4$

اذن $BC^2 = BH^2 + HC^2$ $BC^2 = 4^2 + 4^2 = 32$

ومنه $BC = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$

www.jawhara-soft.com

3) مساحة ABFE هي: $\frac{(b+6)\times 4}{2} = 2b + 12$

4) مساحة المثلّث BFC هي: $\frac{4\times(10-b)}{2} = 20 - 2b$

5) $20 - 2b = 12 + 2b$ اذن $20 - 12 = 2b + 2b$ اذن $4b = 8$ اذن $b = 2$

6) لنحسب :BF لنا BFH مثلّث قائم في H اذن $BF^2 = BH^2 + HF^2$

اذن $BF^2 = 4^2 + 4^2 = 32$ ومنه $BF = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$ وبالتّالي BFC متقايس الضلعين

$BF^2 = 32$ و $FC^2 = 8^2 = 64$ و بما أنّ $BF^2 + BC^2 = FC^2$ فإنّ BFC مثلّث قائم في B.

الصّفحة عدد 93

تمرين

2) [ ] $A =]-\infty, -3]$; [ ] $A = [-3, 0[$; [x] $A =]-\infty, -3]$

3) [ ] $\pi + \frac{3}{2} \leq 3\pi - 5$; [x] $\pi + \frac{3}{2} > 3\pi - 5$; [ ] $\pi + \frac{3}{2} = 3\pi - 5$

4) منوال هذه المتسلسلة هو: [ ] 5 ; [x] 3 ; [ ] 7

تمرين

1) $-1 \leq -5x \leq -2$ يعني $2 \geq -3x \geq 1$ يعني $-2 \leq -5x + 3x \leq -1$ يعني $x \geq \frac{-1}{2}$ اذن الحلّ في R هو $[\frac{-1}{2}; +\infty[$

$1 \leq |x| \leq 3$ يعني $4 \geq |x| \geq 1$ يعني $|x|$ اذن الحلّ في R هو $[-4; 4]$

2) الحلول المشتركة هي: $[\frac{-1}{2}; +\infty[\cap [-4; 4] = [\frac{-1}{2}; 4]$

تمرين

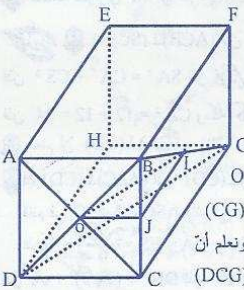
1) $2 \leq y - 3 \leq 2$ اذن $8 \leq x - y \leq 3$

2) لنا $3 \leq x \leq 2$ و $3 \leq -y \leq 2$ اذن $15 \leq -xy \leq 2$ ومنه $-2 \leq xy \leq -15$

الصّفحة عدد 94

3) $2 \leq -x - 3 \leq 2$ اذن $2 \leq |x - 3|$ ومنه $4 \leq (x - 3)^2 \leq 0$

تمرين



1) في المثلّث DBG لنا O منتصف [BD] و I منتصف [BG]

اذن (OI) // (DG) ونعلم أنّ (DG) محتوي في المستوي (DCG)

فإنّ (OI) // (DCH)

2) لنحسب DG: $DG^2 = DC^2 + CG^2$ اذن $DG^2 = 4^2 + 3^2$

اذن $DG^2 = 25$ ومنه $DG = \sqrt{25} = 5$ اذن $OI = \frac{DG}{2} = \frac{5}{2} = 2,5$

3) في المثلّث BCG لدينا I منتصف [BG] و J منتصف [BC] اذن (IJ) // (CG)

4) نعلم أنّ (OI) // (DCG) وبما أنّ (IJ) // (CG) فإنّ (IJ) // (DCG) ونعلم أنّ

(OI) و (IJ) محتويان ومتقاطعان في المستوي (OIJ) ومنه (OIJ) // (DCG)

5) نعلم أنّ (BC)⊥(CG) و (BC)⊥(DC) اذن (BC)⊥(DCG) وبمأنّ (DCG) // (OIJ) فإنّ (BC)⊥(OIJ)

الصّفحة عدد 95

تمرين

* $\sqrt{5}$ هو حلّ للمتراجحة : $2x - 1 < 3$ [خطأ]

* $[-3, 1[\cap [1, 2] = \{1\}$ [خطأ]

* $\{x \in \mathbb{R} ; -1 < x \leq 3\}$ يساوي ; $[-1, 3]$ [خطأ] ; $]-1, 3]$ [صواب]

* مستقيم Δ عمودي على مستوي P في O و Δ' محتوي في P ولا يمرّ من O. إذن:

$\Delta \perp \Delta'$ [خطأ] ; $\Delta \parallel \Delta'$ [خطأ] ; Δ و Δ' ليسا في نفس المستوي [صواب]

* مستويان غير متوازيان: إذن هما متقاطعان حسب مستقيم. [صواب]

تمرين

1) يكشف الجدول التّالي عدد السّاعات الإضافيّة لعمّال مصنع الملابس الجاهزة خلال أسبوع.

عـدد السّاعـات	2	3	4	5	6	7	8	9
عـدد العـمّال	4	5	9	6	10	4	7	3
التّكرارات التّراكميّة الصّاعدة	4	9	18	24	34	38	45	48

2) المدى هو: $9 - 2 = 7$ - المنوال هو 6.

3) $\frac{48}{2} = 24$ موافق لـ5 و 25 موافق لـ 6. اذن الموسّط هو $\frac{5 + 6}{2} = 5,5$

4) $\frac{2x4 + 3x5 + 4x9 + 5x6 + 6x10 + 7x4 + 8x7 + 9x3}{48} = 5,375$

تمرين

1) $A = \{x \in \mathbb{R} / x + 1 < 2\} =]-\infty; 1[$ $B = \{x \in \mathbb{R}+ / |x| \leq 3\} = [0; 3]$

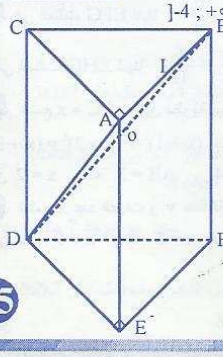
$A \cap B =]1; 3]$ $A \cup B =]-\infty; 3]$

الصّفحة عدد 96

2) ا- $-1 * 5 < -3 - 2x$ يعني $8 > -2x$ يعني $-4 > x$ اذن الحلّ في R هو $]-4; +\infty[$

ب- $]-4; +\infty[\cap \mathbb{Z} = \{-3; -2; -1; 0\}$

تمرين



1) نعلم أنّ (AB)⊥(AC) وبما أنّ ABFE مستطيل

فإنّ (AB)⊥(AE) ونعلم أنّ (AC) و (AE) محتويان في المستوي

(ACD) ومنه (AB)⊥(ACD)

2) بما أنّ (AB)⊥(ACD) في A و (AD) محتوي في (ADC)

ويمرّ من A فإنّ (AB)⊥(AD) ومنه ABD مثلّث قائم في A

3) نعلم أنّ ABD مثلّث قائم في A و O منتصف الوتر [BD]

اذن OB = OD = OA وبما أنّ BCDF مستطيل مركزه O

فإنّ OF = OB = OC = OD اذن OA = OF ومنه OAF مثلّث

متقايس الضلعين قمّته الرّئيسيّة O.

4) في المثلّث ADB لدينا O منتصف [BD] و I منتصف [AB] اذن (OI) // (AD) ونعلم أنّ (AD)

محتوي في (ADC) اذن (OI) // (ADC)

الصّفحة عدد 97

تمرين

1) * موسط هذه السّلسلة هو: [ ] 6 [x] 5,5 [ ] 5

* مدى هذه السّلسلة هو: [ ] 3 [x] 7 [ ] 35

* منوال هذه السّلسلة هو: [ ] 7 [x] 6 [ ] 5

2) [ ] $[1, 2[$; [x] $]1, 2]$; [ ] $]1, 3[$

3) [x] $\Delta' \cap \Delta = \phi$; [ ] $\Delta' \perp \Delta$; [ ] $\Delta' // \Delta$

4) متوازيان [x] ; متقاطعان [ ] ; ليسا في نفس المستوي [ ]

تمرين

1) نعلم أنّ $3 \geq a \geq -1$ اذن $2 \geq -1 \geq -2$

2) نعلم أنّ $2 \geq -1 \geq -2$ اذن $|a - 1| \leq 2$ اذن $|a - 1|^2 \leq 2^2$ ومنه $(a - 1)^2 \leq 4$

3) $H = -2(a - 1)^2 + 8 = -2(a^2 - 2a + 1) + 8 = -2a^2 + 4a - 2 + 8 = -2a^2 + 4a + 6$

الصّفحة عدد 98

4) نعلم أنّ $(a - 1)^2 \geq 0$ اذن $-2(a - 1)^2 \leq 0$ ومنه $-2(a - 1)^2 + 8 \leq 8$

اذن $H \leq 8$ ومنه $H \in \mathbb{R}+$ $4 \geq H$

تمرين

* $-1 > x - 3 > -2$ يعني $3 > -x > 2$ يعني $-3x < 2$ يعني $x > \frac{-2}{3}$

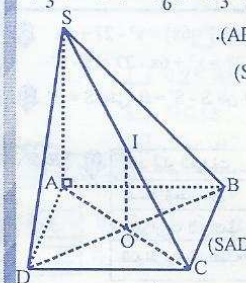
اذ الحلّ في R هو $]\frac{-2}{3}; +\infty[$

* $x^2 + 8 \geq (x - 3)^2$ يعني $x^2 + 8 \geq x^2 - 6x + 9$ يعني $x^2 - 6x - x^2 \geq 8 - 9$

يعني $-6x \geq -1$ يعني $x \leq \frac{1}{6}$ اذن الحلّ في R هو $]-\infty; \frac{1}{6}]$

2) $]\frac{-2}{3}; \frac{1}{6}] =]\frac{-2}{3}; +\infty[\cap]-\infty; \frac{1}{6}]$

تمرين



1) نعلم أنّ (SA)⊥(AB) و (SA)⊥(AD) اذن (SA)⊥(ABC).

2) بما أنّ (SA)⊥(ABC) و (AC) محتوي في (ABC) اذن (AC)⊥(SA)

ومنه SAC مثلّث قائم في A.

3) $AC = 4\sqrt{2}$ و $SC^2 = AC^2 + AS^2$ اذن $SC^2 = 4^2 + (4\sqrt{2})^2$

اذن $SC^2 = 16 + 32 = 48$ ومنه $SC = \sqrt{48} = 4\sqrt{3}$

4) في المثلّث SAC لنا O منتصف [AC] و I منتصف [SC]

اذن (OI) // (SA) و $OI = \frac{AS}{2}$ وبما أنّ (AS) محتوي في (SAD) اذن (OI) // (SAD)

5) نعلم أنّ (OI) // (SA) و (SA)⊥(ABC) اذن (OI)⊥(ABC) ومنه (OI)⊥(OD) وبالتّالي OID قائم في O.

$ID^2 = OI^2 + OD^2$ اذن $ID^2 = 2^2 + (2\sqrt{2})^2$ اذن $ID^2 = 4 + 8 = 12$ وبالتّالي $ID = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$

الصّفحة عدد 99

تمرين

1) [ ] $\frac{1}{33}$; [x] $\frac{1}{11}$; [ ] $\frac{1}{3}$

2) $\frac{\sqrt{3}+3}{\sqrt{3}}$ يساوي [ ] 3 ; [ ] 4 ; [x] $1+\sqrt{3}$

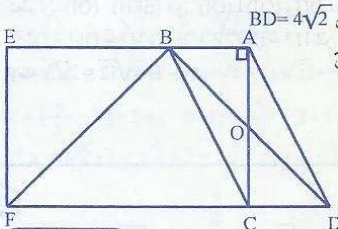
3) [x] $4(\sqrt{3} + \sqrt{2})$; [ ] $3\sqrt{3} + 3\sqrt{2}$; [ ] $6\sqrt{2} + 4\sqrt{3}$

4) [ ] $\frac{OB}{OD} = \frac{OC}{OE} = \frac{BC}{DE}$; [x] $\frac{AB}{AC} = \frac{OB}{OD} = \frac{BE}{DC}$; [ ] $\frac{BA}{BC} = \frac{EA}{ED} = \frac{BE}{CD}$

تمرين

1) OAB مثلّث قائم في A اذن $BO^2 = AO^2 + AB^2$

اذن $BO^2 = 2^2 + 2^2 = 8$ ومنه $BO = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$ اذن $BD = 4\sqrt{2}$



2) نعلم أنّ (AB) // (CD) اذن (CF) // (AE) وبما أنّ

$CF = 8 - 2 = 6$ و $AE = 6$ فإنّ $CF = AE$

اذن AEFC متوازي أضلاع و بما أنّ $E\hat{A}C = 90°$ فإنّ

AEFC مستطيل.

الصّفحة عدد 100

3) EBF مثلّث قائم في E اذن $BF^2 = BE^2 + EF^2$ اذن $BF^2 = 4^2 + 4^2 = 32$ ومنه $BF = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$

4) لنا $BF = BD = 4\sqrt{2}$ اذن BDF مثلّث متقايس الضلعين قمّته الرّئيسيّة B

$BF^2 = 32$ و $BD^2 = 32$ و $FD^2 = 8^2 = 64$ اذن $FD^2 = BD^2 + BF^2$ ومنه BDF مثلّث قائم في B.

تمرين

1) $x \in]0; 4]$ 2) $\frac{(4 + x)\times 3}{2} = \frac{12 + 3x}{2}$

3) $\frac{12 + 3x}{2} > 7,5$ يعني $12 + 3x > 15$ يعني $3x > 3$ يعني $x > 1$ اذن $x \in]1; +\infty[$ اذن المجال هو $]1; 4]$

1)

الوقت بالدّقـيقة.	[0;10[	[10;20[	[20;30[	[30;40[	[40;50[	[50;60[
عـدد التّلاميـذ	300	250	400	200	100	50
التّكرارات التّراكميّة الصّاعدة	300	550	950	1150	1250	1300

2) المدى هو 60 دقيقة والمنوال هو: $]30; 20]$

3) النّسبة المائويّة هي: $\frac{950\times 100}{1300} = 73,079\ \%$

www.jawhara-soft.com

الصفحة عدد 101

تمرين

1) بما أنّ (SD) ⊥ (DC) و (SD) ⊥ (AD) فإنّ (SD) ⊥ (ABC).

2) بما أنّ (SD) ⊥ (ABC) فإنّ (SD) ⊥ (BD)

3) نعلم أنّ $BD = 4\sqrt{2}$ و $SB^2 = BD^2 + SD^2$ اذن $SB^2 = (4\sqrt{2})^2 + 6^2 = 68$ اذن $SB = \sqrt{68} = 2\sqrt{17}$

4) نعلم أنّ SBD مثلّث قائم و I منتصف [SB] اذن $ID = IS = IB = \frac{2\sqrt{17}}{2} = \sqrt{17}$

5) في المثلّث SDC لدينا I منتصف [SB] و O منتصف [BD] اذن (OI) // (SD) ونعلم أنّ (SD) ⊥ (ABC) اذن (OI) ⊥ (ABC)

6) لنا (OI) ⊥ (ABC) اذن (OI) ⊥ (AC) وبما أنّ (AC) ⊥ (BD) (قطرا المربّع) وأنّ (OI) و (BD) محتويان في SDB فإنّ (AC) ⊥ (SDB)

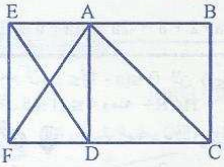
الصفحة عدد 102

تمرين

• $|2\sqrt{6} - 5|$ يساوي $5 - 2\sqrt{6}$ صواب • $(\sqrt{5}+\sqrt{3})^2$ يساوي 10 . خطأ

• $\sqrt{2(3+\sqrt{5})}$ يساوي $\sqrt{5}+1$. صواب • مساحته هي $9\sqrt{3}$ صواب • محيطه هو 18 صواب

تمرين



1) AC قطر المربّع اذن $AC = 3\sqrt{2}$

2) AED مثلّث قائم في A اذن: $ED^2 = AE^2 + AD^2$

اذن $ED^2 = 2^2 + 3^2 = 13$ ومنه $ED = \sqrt{13}$

3) الرّباعيّ AEFD له ثلاث زوايا قائمة اذن هو مستطيل ومنه: $AF = ED = \sqrt{13}$

4) $AC^2 = (3\sqrt{2})^2 = 18$ و $AF^2 = 13$ و $FC^2 = 5^2 = 25$ وبما أنّ $25 \neq 31 = 18 + 13$ فإنّ AFC غير قائم

تمرين

1) مساحة المثلّث FBC هي: $S = \frac{(9 - 2x)x6}{2} = 27 - 6x$ 2) المساحة هي: $S' = \frac{x \times 2x}{2} = x^2$

الصفحة عدد 103

3) $S' - S = x^2 - (27 - 6x) = x^2 - 27 + 6x$

$(x + 9)(x - 3) = x^2 - 3x + 9x - 27 = x^2 + 6x - 27 = S - S'$

4) $S = S'$ يعني $S - S' = 0$ اذن $(x - 3)(x + 9) = 0$ يعني $x - 3 = 0$ أو $x + 9 = 0$

يعني $x = 3$ أو $x = -9$ ومنه $x = 3$

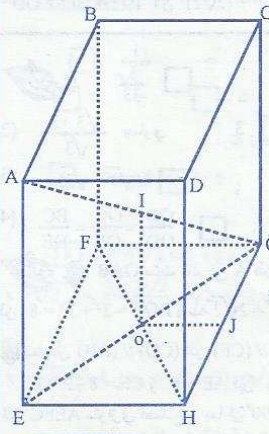
تمرين

1)

عدد أيّام الغيابات	0	1	2	3	4	5
عـدد المدرّسين	10	15	20	24	8	4
التّكرارات التّراكميّة الصّاعدة	10	25	45	69	77	81
التّواترات التّراكميّة الصّاعدة	$\frac{10}{81}$	$\frac{25}{81}$	$\frac{45}{81}$	$\frac{69}{81}$	$\frac{77}{81}$	1

2) – المدى هو: $5 - 0 = 5$ – المنوال هو: 3 3) الموسّط هو: $41 = \frac{81 + 1}{2}$ موافق لـ 2.

تمرين



1) نعلم أنّ (EH) ⊥ (AE) و (EF) ⊥ (AE) اذن (EFH) ⊥ (AE)

2) في المثلّث AEG لدينا O منتصف [EG] و I منتصف [AG]

اذن (OI) // (AE) و $OI = \frac{AE}{2} = \frac{4\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2}$

3) لنا (OI) // (AE) و (AE) ⊥ (EFH) اذن (OI) ⊥ (EFH)

4) في المثلّث EHG لنا O منتصف [EG] و J منتصف [HG]

اذن $OJ = \frac{4}{2} = 2$

5) نعلم أنّ (OI) ⊥ (EFH) اذن (OI) ⊥ (OJ) و OIJ مثلّث قائم في O

$IJ^2 = OI^2 + OJ^2$ اذن $IJ^2 = (2\sqrt{2})^2 + 2^2 = 12$ اذن $IJ = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$

الصفحة عدد 104

تمرين

1) أ- $1+\sqrt{2}$ ☐ ; ب- $2+\sqrt{2}$ ☒ ; ج- $3+\sqrt{2}$ ☐

2) أ- $\sqrt{7}-\sqrt{3}=2$ ☐ ; ب- $\sqrt{7}-\sqrt{3}<2$ ☒ ; ج- $\sqrt{7}-\sqrt{3}>2$ ☐

3) أ- $a\sqrt{2}=b\sqrt{3}$ ☐ ; ب- $ab=\sqrt{6}$ ☐ ; ج- $a\sqrt{3}=b\sqrt{2}$ ☒

4) أ- $\frac{x}{\sqrt{5}+\sqrt{3}} < \sqrt{3}-\sqrt{5}$ ☐

ب- $\frac{x}{\sqrt{3}-\sqrt{5}} > \sqrt{5}+\sqrt{3}$ ☐

ج- $\frac{x}{\sqrt{3}-\sqrt{5}} < \sqrt{5}+\sqrt{3}$ ☒

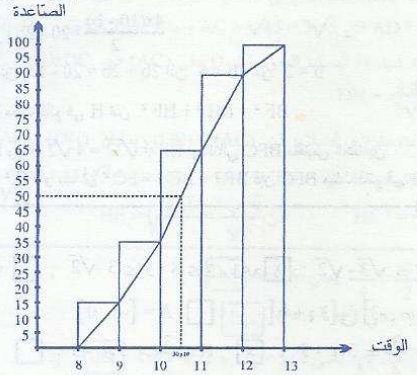
تمرين

1)

الوقت بالسّاعـــة	[8;9[	[9;10[	[10;11[	[11;12[	[12;13[
عـدد الـــقطـع	3	4	6	5	2
التّواترات التراكمية الصّاعدة (%)	15	35	65	90	100

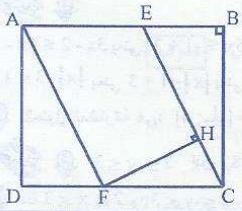
الصفحة عدد 105

2) التّواترات التّراكميّة الصّاعدة



3) الموسّط هو السّاعة 10 و30دقيقة. 4) الفئة المنوالية هي: [11 ; 10[

تمرين



1) EBC مثلّث قائم في B اذن $EC^2 = EB^2 + BC^2$ اذن

$EC^2 = 2^2 + 4^2$ ومنه $EC^2 = 20$ اذن $EC = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$

2) لنا $AE = CF = 3$ و (AE) // (CF) اذن AECF متوازي أضلاع.

3) المساحة هي : $4 \times 3 = 12 cm^2$

الصفحة عدد 106

4) مساحة متوازي AECF هي: FHxEC اذن $FHx2\sqrt{5} = 12$ ومنه $FH = \frac{12}{2\sqrt{5}} = \frac{6}{\sqrt{5}}$

تمرين

1) لنا (SC) ⊥ (ACB) اذن (SC) ⊥ (CA) ومنه SCA مثلّث قائم في C

اذن $SA^2 = CA^2 + CS^2$ اذن $SA^2 = (2\sqrt{3})^2 + (2\sqrt{3})^2$

اذن $CA^2 = 12 + 12 = 24$ ومنه $CA = \sqrt{24} = 2\sqrt{6}$

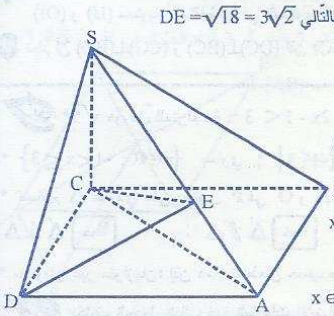
2) نعلم أنّ (CD) ⊥ (CA) و (CD) ⊥ (SC) اذن (CD) ⊥ (SAC)

3) لنا (CD) ⊥ (ASC) اذن (CD) ⊥ (CE) ومنه ECD مثلّث قائم في C. المثلّث ASC قائم في A و E منتصف [SA]

اذن $EC = EA = ES = \frac{2\sqrt{6}}{6} = \sqrt{6}$ وبالتّالي $DE^2 = CE^2 + CD^2$

اذن $DE^2 = (2\sqrt{3})^2 + \sqrt{6}^2$ اذن $DE^2 = 12 + 6 = 18$ وبالتّالي $DE = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$

تمرين



1) $X \in]0 ; \frac{3}{2}[$

2) $x^2 + x^2 + x^2 + x^2 > \frac{9}{4}$

اذن $4x^2 > \frac{9}{4}$ اذن $4x^2 - \frac{9}{4} > 0$ اذن $(2x)^2 - (\frac{3}{2})^2 > 0$

اذن $(2x - \frac{3}{2})(2x + \frac{3}{2}) > 0$

نعلم أنّ $2x + \frac{3}{2} > 0$ اذن $2x - \frac{3}{2} > 0$ اذن $2x > \frac{3}{2}$ اذن $x > \frac{3}{4}$

ومنه $x \in]\frac{3}{4} ; +\infty[$

$x \in]\frac{3}{4} ; \frac{3}{2}[$ اذن $]0 ; \frac{3}{2}[\cap]\frac{3}{4} ; +\infty[=]\frac{3}{4} ; \frac{3}{2}[$

إصلاح الألعاب الفكريّة

1)

9	3	1
	8	
4	7	2
	5	
	6	

2) أ/ $8 + 8 + 8 + 88 + 888 = 1000$

ب/ $\frac{1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5}{1 + 2 + 3 + 4 + 5} = \frac{120}{15} = 8$

3) $2a = 3b$

4) * طول المستطيل المشطوب هو : $\frac{24}{4} \times 2 = 12 cm$

* طول المستطيل الواحد الغير مشطوب هو : $19 - 12 = 7 cm$

* عرض المستطيل المشطوب هو : $24 - 7 \times 2 = 10 cm$ إذن بعدا المنطقة المشطوبة هي 10 صم و 12 صم

5) في المثلّث EFG لدينا $\frac{EO}{EG} = \frac{6}{9}$

في المثلّث EHG لدينا $\frac{EO}{EG} = \frac{S}{12}$ إذن $\frac{S}{12} = \frac{6}{9}$ ومنه $S = \frac{12 \times 6}{9} = 8 cm^2$

6) نضع $FC = x$ بتطبيق نظريّة بيتاغور في المثلّث ABC نتحصل

$(x + 1)^2 + (x + 2)^2 = (x + 3)^2$ إذن $x^2 + 2x + 1 + x^2 + 4x + 4 = x^2 + 6x + 9$

إذن $x = 2$ ومنه $AB = 3$ و $AC = 4$ و $BC = 5$

7) نضع x عدد الفتيات و y عدد الفتيان الحاضرين في الحصّة الأولى إذن لدينا : $x = y$ و $x + 5 = 2y$

إذن $x + 5 = 2x$ ومنه $x = 5$ إذن عدد الفتيات في الحصّة الثّانية هو 10